TRATTATO

TEORICO E PRATICO

DELL' ARTE

DI EDIFICARE

DI

G. RONDELET

TRATTATO

TEORICO E PRATICO

DELL' ARTE

DI EDIFICARE

DI

GIOVANNI RONDELET

Architetto, Cavaliere della Legione d' onore; Membro dell' Istituto di Francia; Membro onorario del Comitato consultivo delle fabbriche della Corona; Ispettore generale onorario dei Lavori pubblici, e Membro onorario del Consiglio dei Fabbricati civili presso il Ministro dell' Interno; Professore emerito di Costruzione alla Scuola Reale di Belle Arti; Socio dell' Accademie di Scienze, Lettere ed Arti di Lione; Membro onorario dell' Accademia di S. Luca a Roma; Socio libero dell' Accademia Imperiale di Pietroburgo e di molte altre dotte Società.

PRIMA TRADUZIONE

ITALIANA

SULLA SESTA EDIZIONE ORIGINALE

CON NOTE E GIUNTE IMPORTANTISSIME

PER CURA

DI BASILIO SORESINA

SECONDA EDIZIONE

TOMO II.

PARTE PRIMA

MANTOVA

A SPESE DELLA SOCIETÀ EDITRICE

COI TIPI DI L. CARANENTI

MDCCCXXXII

TRATTATO

DELL' ARTE

DI EDIFICARE

LIBRO SECONDO

COSTRUZIONE IN PIETRE DI TAGLIO

CAPO PRIMO

DELL' APPARECCHIO DELLE COSTRUZIONI ANTICHE

Carattere primitivo delle costruzioni in pietra di taglio presso diversi popoli antichi e moderni.

Gli antichi popoli che hanno edificato in pietra di taglio e soprattutto gli Egizi hanno affettato l' uso di pietre enormemente grandi per rendere i loro edifici più solidi e durevoli (1). Oltre gli obelischi e i tempi monoliti di cui si è parlato nel primo Libro, si vedono con istupore nelle ruine degli antichi edifici d' Egitto, pietre lunghe più di 10 metri, sopra tre o quattro di larghezza e due o tre di spessore, il cubo delle quali è più di 100 metri, ed il peso 4 in 5 mille libbre.

Nelle ruine di Persepoli si trovano pietre che hanno perfino 52

(1) L'unico apparecchio usato nei monumenti Egizi è quello per istrati e corsie regolari, corrispondenti all' *isodomum* degli antichi, e che può essere considerato come il più perfetto sotto tutti i rapporti. Del resto, benchè le loro costruzioni siano in generale osservabili per la regolarità delle pietre e per la precisione del taglio di esse, in nessuna parte trovasi l' indizio dell' apparecchio adoperato come mezzo di decorazione.

piedi di lunghezza, (metri 17) sopra 6 piedi o 2 metri di altezza ed altrettanto di lunghezza. Una delle corsie del gran tempio di Balbek offre una lunghezza di 175 piedi ½ (metri 57) formata di tre pietre (1), una delle quali ha 58 piedi e 7 pollici, l' altra 58 piedi ed 11 pollici, e la terza 58 piedi, cioè 19 metri per ciascheduna; la loro grossezza comune è di 12 piedi, o metri 4.

In tutte le parti del mondo si trovano monumenti ove si impiegarono pietre di straordinaria grandezza. In America esistono costruzioni che possono figurare sotto questo rapporto con quelle dell' antico continente; e tali sono le ruine di una fortezza degli antichi Peruviani, situata presso Cusco. Vi si veggono pietre lunghe più di 40 piedi, e che pretendesi esser state trasportate da più di 400 leghe per difficilissime vie. Se ne osserva una fra le altre a cui si è dato nome di pietra *faticosa* in causa delle straordinarie difficoltà provate nel trasportarla; si ritiene per la più grande conosciuta; e l' architetto incaricato di tale operazione, chiamato Colla Cunchy, vi adoperò 20000 uomini.

Le pietre di questa fortezza sono tutte di forme irregolari come il grande *opus incertum* (2) dei Romani. Le pietre maggiori sono riunite dalle più picciole, accomodate con tant' arte e precisione che appena si distinguono le commessure; ma ciò che àvvi di più maraviglioso è che i Peruviani che le hanno così ben lavorate non conoscevano per nulla l' uso del ferro; ed è probabile che non giugnessero a dare ad esse tale perfezione che collo strofinare le une sulle altre.

Diversi apparecchi conosciuti e adoperati dagli antichi nella costruzione dei muri.

Nelle costruzioni degli antichi si osserva in generale che le pietre sono state posate senza calcina, e immediatamente congiunte le une alle altre senza impostature od assottigliamenti. Le superficie che si toccano sono appianate con tanta cura e precisione in tutta la loro estensione che le commessure sono appena sensibili; il che fa credere che per posarle sfregassero una contro l'altra le pietre onde distruggere le ineguaglianze che potevano impedirne il combaciamento.

Quando le pietre di taglio non avevano un sufficente volume per-

(1) Senza dubbio è per questa ragione che questo tempio fu chiamato τρίλιθον, cioè di tre pietre.
(2) Apparecchio di forma poligona.

chè potesse risultarne il conveniente grado di stabilità, gli antichi le riunivano con ramponi di ferro o di bronzo e talvolta anche con chiavi o code di rondine in legno indurito al fuoco.

Apparecchio semplice ed a strati regolari in cui ogni pietra forma la grossezza del muro (Tav. X, fig. 1).

I nomi adoperati da Vitruvio nel Capo VIII del Libro II, per distinguere le diverse maniere di murare usate dai Greci e dai Romani, relative all' apparenza o alla disposizione delle pietre onde sono formati i muri, possono anche applicarsi alle opere in pietre di taglio. L ισοδομος dei Greci, *opus isodomum* dei Romani, presenta ad un tempo l' apparecchio più semplice e più perfetto. Esso è il più generalmente impiegato in tutte le costruzioni antiche; ma non è che nei muri de' templi ove si vede eseguito in tutta la sua perfezione. L' isodomo ha tutte le sue corsie di una stessa altezza, ed ogni pietra è lunga egualmente e forma lo spessore del muro. Molti tempi d' Atene (1) e di Roma offrono l' isodomo esattamente osservato. I Romani hanno impiegato spesso l' apparenza dell' isodomo come mezzo di decorazione sugl' intonachi dei muri in mattoni; e se ne veggono ancora le vestigia nei muri esteriori del Panteon e del tempio della Pace. Del resto l' isodomo corrisponde perfettamente alle nostre costruzioni per corsie regolari (2).

(1) Vedi Stuart, Antichità d' Atene.

(2) Il tempio della Concordia a Girgenti in Sicilia. di cui noi siamo stati a studiare più particolarmente la costruzione, offre un esempio rimarchevole di questo genere d' apparecchio. Tutta le corsie dei muri hanno, ad eccezione della prima inferiore, 19 pollici (centimetri 51) di altezza. Le pietre di ogni strato, che sono tutte eguali, hanno 3 piedi e 10 pollici di lunghezza (metri 1, 24). La loro larghezza, che forma lo spessore del muro, è di 2 piedi 8 pollici (centimetri 87). Questa costruzione composta di pietre di mediocre grandezza posate senza calcina, nè riunite da ramponi di ferro o di bronzo, nè da chiavi di legno, sussiste ancora in eccellente stato; ed è stata fatta così bene che si è potuto in seguito in una parte dei muri laterali praticar archi tagliati nel muro come si vede nella figura 1. della Tavola XVI. Queste arcate che hanno 5 piedi e 2 in 3 pollici (metri 1, 7) di larghezza, sono state distribuite secondo la regolarità dell' apparecchio. L' arco di ciascuna è incavato nelle pietre che si sostengono pel reciproco legame, indipendentemente da alcun taglio. Si osserva pure con maraviglia che la demolizione d' uno de' piloni che separano le arcate non ha prodotto veruna disunione nella parte superiore del muro che si sostiene cogli addentellati formati dalle unioni e indicati nella stessa figura dalle lettere *a*, *b*, *d*, *e*, *f*. La specie di pietra d' onde è costrutto questo muro rassomiglia a quella di Saillancourt che ha servito pel ponte di Nevilly. Questa pietra, che è grossolana e porosa, essendo stata esposta per secoli a tutte le intemperie dell' aria non presenta più che un tessuto arido composto di strati disposti a seconda dei letti di cava. Si vede dalle direzioni di tali specie d' incavature che sono ora paralelle ora perpendicolari o inclinate ai ranghi di corsie, che queste pietre sono state messe indifferentemente per tutti i sensi, senza seguire il loro letto di cava.

Apparecchio doppio formato di pietre d'eguali dimensioni, posate a due a due in larghezza ed una sola in lunghezza sopra lo spessore del muro.

La figura 2 offre una combinazione di pietre di egual forma e dimensione, disposte a strati di eguale altezza. Queste pietre la cui lunghezza è doppia della larghezza, presentano alternativamente una faccia quadrata ed una rettangolare od oblungata. Le pietre a faccia quadrata formano sole la grossezza del muro mentre ne occorrono due delle altre. Questa disposizione era usata dai Greci che chiamavano διατονους le pietre B a doppie faccie quadrate che formavano lo spessore del muro: nelle costruzioni moderne s'indicano col nome di leghe (*parpains*) (1).

Apparecchio triplice formato di pietre di eguali dimensioni posate a tre a tre in larghezza ed una in lunghezza sopra lo spessore del muro.

La figura 3 presenta una combinazione di pietre simile presso a poco alle precedenti, ma invece d'avere nello stesso strato le pietre alternativamente oblunghe e quadrate, ogni rango è composto di pietre d'una stessa figura; in guisa che un rango di pietre a faccia quadrata si trova fra due ordini di pietre a faccia oblunga. Le pietre a faccia

(1) La disposizione delle pietre nella *Figura* 5, Tav. X, è eguale a quella della Fig. 2. Questa costruttura differisce in ciò solo che essendo supposto il muro più grosso, si è riempiuto lo intervallo, fra le pietre che hanno la loro lunghezza in mostra, con murazione in pietrame. Vitruvio ha parlato di questa specie di costruzione che i Greci chiamavano *εμπλεκτον*, e se ne trovano molti esempi nelle ruine degli edifici antichi. Si può per economia adottare questa maniera di edificare quando i muri non hanno un gran peso da sostenere.

La figura 7 della stessa Tavola indica la disposizione della pietre da taglio che formano il rivestimento d'una costruzione in cerchio per servire di sepolcro a Cecilia Metella figlia di Metello Cretico e moglie di Crasso il triumviro.

Le teste di bue che sono nel fregio sotto la cornice che termina questo monumento gli hanno fatto dare il nome di *Capo di Bove* con cui lo indicano in oggi i Romani.

Il rivestimento presenta all'esteron un apparecchio regolare di pietre a faccia quadrata di una stessa grandezza, commesse le une colle altre e distinte da spartimenti; ma il vero apparecchio è simile a quello della figura 2, Tav. X, composto di pietre colle facce alternativamente quadrate e rettangolari od oblunghe, di lunghezza doppia dell'altezza. Quelle di faccia quadrata hanno una coda che entra profondamente nella grossezza del massiccio costrutto in pietrame.

Piranesi che ha dato le particolarità di questo monumento nella Tavola XLIX del terzo volume delle Antichità Romane, pretende che queste pietre fossero riunite da ramponi di metallo, ma non se ne vede alcun vestigio.

quadrata formano tutta la grossezza del muro, mentre ne occorrono due o tre ordini di quelle che sono oblunghe. Queste pietre, che si collegano in tutti i sensi, formano una costruzione solidissima; se ne trovano molti esempi nelle ruine degli antichi edifici di Roma e dei contorni; e fra gli altri in una parte dei muri di parapetto presso l'imboccatura delle grandi cloache, in una parte di muro a Palestrina e negli avanzi d'un antico sepolcro presso Albano.

Apparecchio composto, alternativamente doppio e triplice sulla grossezza del muro.

La figura 4 indica una costruzione formata di strati di due altezze diverse, posti alternativamente l'uno sull'altro. Le corsìe picciole non fanno che due terzi della dimensione delle grandi, in guisa che ne occorrono tre picciole per formare la grossezza del muro, o due grandi, il che produce un doppio legame internamente ed all'esterno.

Quest'apparecchio di cui trovansi esempi nelle costruzioni antiche, non è disaggradevole quando le pietre hanno le proporzioni indicate sulla figura, ed è il *pseudisodomum* degli antichi. I piedestalli innanzi ai Propilei d'Atene sono apparecchiati in questo modo. Tale disposizione è stata imitata in molti edifici di Roma e d'Italia ove ogni pietra è stata distinta con tagli (1).

(1) Nella fig. 6 della stessa tavola si vede una disposizione d'apparecchio di cui si è fatto uso pei rivestimenti in pietra di taglio delle antiche mura dei baluardi di Mompellieri. Questi rivestimenti sono fatti con una specie di arenaria chiamata pietra di Pignan dalla quale si è fatta menzione nel primo Libro. Queste pietre, che sono tutte di una stesse forma e dimensione, hanno un metro circa di lunghezza, sopra un mezzo metro di larghezza ed un quarto di spessore; ciascuna corsìa è formata d'un rango posato alternativamente in piano ed in coltello. Con tale disposizione il rango posato in piano fa legame col mezzo del muro, che è costrutto in pietrame a bagno di calcina e ben ripieno, come l'ho osservato in molti luoghi ove i rivestimenti sembravano distrutti dal cannone. (I Calvinisti si erano impadroniti di questa piazza sotto il regno d'Enrico III; e fu ripresa sotto Luigi XIII nel 1622, dopo un lungo assedio.) Si vedono ancora i segni delle palle in molte parti di questi rivestimenti.

Questo genere di rivestimento mi sembra assai bene imaginato quando si possano aver pietre adoperabili fuori di strato, resistenti in tale posizione e tutte le intemperie dell'aria, e non suscettibili di sfogliarsi come quasi tutte le pietre calcaree disposte a strati, e specialmente quelle di Parigi.

Apparecchio irregolare, formato di pietre d'ogni dimensione riunite in corsìe interrotte da tagli su tutti i sensi.

Si sono raccolte nella figura 8 tutte le irregolarità che si trovano negli antichi edifici costrutti in pietra di taglio e specialmente nelle mura che cingono Roma. Simili irregolarità incontransi del pari nelle costruzioni moderne perchè il travertino non si trova a strati come le pietre di Parigi, e la sua grossezza varia quasi ad ogni pezzo; in guisa che per impiegar questa pietra si devono fare riunioni ed intaccature come si vedono nel Colosseo, nel teatro di Marcello ed a S. Pietro di Roma. Ma siccome queste pietre non sogliono prender tinte diverse, e la maggior parte sono messe in opera senza malta di calce, o almeno è impastata con sabbia finissima, le commessure sono poco visibili, e questa irregolarità non si riconosce (1).

Apparecchio poligono, formato di pietre tagliate in prismi irregolari.

L'apparecchio in pietre poligone rappresentato dalla figura 9 è ancor più irregolare; esso è stato copiato da una parte delle mura di

(1) Le figure 6 e 7 della Tavola IX rappresentano due parti di muraglie antiche riportate nel *Musæum Etruscum* di Gori, Tomo III, pagina 65. La figura 6 è tratta dalle ruine di una antica città Greca chiamata Argo d'Ambracia sulle coste del mare Adriatico nel golfo di Larta.

La figura 7 è presa dalle ruine dell' antica città di Calidone nel golfo di Corinto. Gori assicura che tali costruzioni sono state disegnate e misurate esattamente sui luoghi da Ciriaco di Ancona, antiquario, pittore ed architetto, nel 1436.

Queste costruzioni sono fatte con grandissime pietre ben congiunte e senza calcina. Si vede in ciascheduno di questi muri un' arcata di 6 in 7 piedi di larghezza, che sembra stata praticata nella massa dopo fatta la costruzione. La parte arcuata dell' apertura nella muraglia di Argo è presa in due pietre della stessa corsìa, in modo che si trova una giuntura a piombo nel mezzo. Queste pietre hanno ciascuna 10 piedi di lunghezza sopra 5 piedi di altezza, e formano lo spessore del muro che può essere di quattro piedi. Nella stessa costruzione esistono pietre lunghe dai 12 fino ai 18 piedi; la corsìa alla base è alta 6 piedi.

Ad ambi i fianchi dell' arcata ei legge un' iscrizione greca in caratteri grandissimi; quella a destra significa: *Cefalo, dolce o umano;* e quella a sinistra *Andronico, esattore dei tributi, vi saluta.*

La parte di muro tolta dall' antica Argo è formata di pietre di varie altezze poste in una stessa corsìa, in guisa che le più alte corrispondono talora a due corsìe, senza commessure. Le pietre più lunghe sono di 22 piedi; la più grande altezza di strato è 5 piedi. L'arco è incavato in due pietre, il che riduce a nulla l'altezza di esse nel mezzo, ma sono ricoperte da una sola pietra di 29 piedi di lunghezza (*): tutte e due queste costruzioni hanno al fondo una specie di modanatura o semibase.

(*) Non si sono valutati questi piedi in metri, perchè non si sa qual piede sia, nondimeno probabilmente è il piede romano.

Fondi nel regno di Napoli: le pietre di cui è composto hanno perfino 8 in 9 piedi di lunghezza sopra 4 in 5 di altezza. Così pure sono costrutte le mura dell' antica Cori presso Velletri, e di molte altre città degli antichi Etruschi, come Volterra, Fiesole e Cortona ove si osservano pietre che hanno fino a 20 piedi di lunghezza.

L' apparecchio non differisce dalle costrutture chiamate da Vitruvio *opus incertum*, se non in ciò che quest' ultima non essendo formata che di pietruzze rozze e irregolari che non possono toccarsi se non in certi punti, non ha solidità che per la malta di calce che le unisce riempiendo gl' intervalli che lasciano fra loro. Questo ripieno procura ad esse un doppio vantaggio; il primo di poter essere sostenute in tutta l' estensione delle loro superficie, e l' altro, che dipende dalla proprietà della calcina, è di unirle con maggior forza.

Nelle costruzioni in pietra di taglio, di cui si tratta, le commessure e gli strati sono fatti in modo che le pietre possono unirsi immediatamente e sostenersi a vicenda per tutta l' estensione delle loro superficie, il che loro procura il vantaggio delle costruzioni in pietruzze murate in malta di calce. Quanto al secondo, trovasi compensato dal peso; perchè una pietra pesante dieci mille libbre, posata sul proprio letto, può essere considerata come una massa di murazione aderente a questa superficie con una forza eguale a questo peso: tale sarebbe una pietra di mediocre durezza, lunga 12 piedi, larga 4 ed alta 2, producente 96 piedi cubici. Ma se questa pietra invece d' essere rettangolare fosse irregolare come quella della figura 9 e posata sopra piani inclinati in senso contrario, come *b*, *c*, *d*, è certo che ad egual volume avrebbe ancora maggiore stabilità, pel modo onde si trova rinchiusa con quelle all' intorno: è lo stesso dell' apparecchio rettangolare della figura 8, le cui pietre sono ritenute da intaccature, come *g*, *h*. Ma nondimeno trattandosi di piediritti isolati, o di muri di poca grossezza e di molta elevazione, l' apparecchio rettangolare per corsìe orizzontali è il solo che possa convenire. Esso deve essere preferito in tutti i casi a causa della sua regolarità, a meno che la forma naturale delle pietre non permetta di farne uso per la ragione della spesa troppo grande o del tempo necessario a squadrarle. L' apparecchio poligono può impiegarsi quando l' operazione è pressantissima, e che si deve usare di pietre d' ogni forma rammassate in fretta, come gli antichi lo hanno impiegato sovente per riparare le breccie, o costruire le mura delle

città. Si osserva in quasi tutte le ruine delle mura di antiche città greche un miscuglio di tutte le costruzioni, in pietre di considerevole grandezza.

Del resto ciò che si è detto delle costruzioni in pietre poligone fa conoscere abbastanza che questo genere d' apparecchio sarebbe poco adatto all'impiego di pietre disposte a strati nelle cave.

Apparecchio incatenato, formato di pietre alternativamente abbassate ed innalzate sopra ciascuno strato, onde innestare le une nelle altre.

La figura 1 della Tavola XI indica una maniera di unire le pietre di taglio le une colle altre senza ricorrere alle chiavi di legno od ai ramponi, ma solo per la forma del loro apparecchio. Quest' esempio citato da Piranesi è tolto dal teatro di Marcello a Roma. Il letto delle pietre è diviso in quattro parti da due linee rette che s' incrociano nel centro ad angolo retto e che terminano nel mezzo di ciascuna faccia. Due di queste parti diagonalmente opposte sono incavate ossia più basse di pollici 2 circa, e le altre due parti divengono saglienti. Queste pietre sono sovrapposte in modo che ciascuna ne unisce due col mezzo delle parti saglienti della pietra superiore che innestansi nelle incavature delle due pietre inferiori alle quali corrispondono, appunto nel modo indicato dalla figura citata con linee punteggiate che partono dalla superficie inferiore della pietra A, elevata in aria, e vanno alle parti corrispondenti delle superficie al di sopra delle due pietre C e D, colle quali deve legarsi (1).

(1) La figura 2 della stessa tavola indica un' altra maniera di riunire le pietre formando di ogni strato una specie di catena composta di un triplice rango di pietre che si serrano le une nelle altre. Io imaginai questo mezzo nel 1769 per risolvere un problema propostomi da Germano Soufflot, cioè di formare in pietra di taglio un cerchio capace di essere sospeso per un sol punto; o di formare un muro circolare abbastanza forte per resistere alla spinta più grande, senza impiegarvi altra materia che la pietra. Di ciò si parlerà nel terzo Libro. Basterà osservare che potendo far conto sulla uniforme bontà della pietra e sulla esatta esecuzione, e negli effetti che possano risultare, come il ristringimento e la resistenza del suolo, questo mezzo potrebbe essere estremamente solido e vantaggioso. Ma oltre che diverrebbe costosissimo, nell'istante del movimento inevitabile che si opera sempre quando è terminata la massa di un edificio e prende il suo sedimento, la minima ineguaglianza nella resistenza fa sì che spesso tutto lo sforzo non si porta che su qualche punto con una forza capace di rompere le pietre, distruggendo così l' effetto che si era sperato nella loro unione. D' altronde nelle costruzioni comuni per ordini di corsie a livello ben fatte, la posatura delle pietre una sull' altra, il loro legame, il peso e l' aderenza prodotta dalla malta opportunamente impiegata dà alle stesse una solidità sufficiente con spese assai minori.

Apparecchio misto, fatto di pietre e travi combinati insieme.

Quando gli antichi dovevano far mura di città o costruzioni esigenti grossezze considerevoli, e che la fretta con cui dovevano essere eseguite non permetteva di usare tutte le precauzioni con che solevano adoperare, si servivano per riunirle, di pezzi di legno. Ecco ciò che ne dice Vitruvio nel Capo V del primo Libro:

» Ma la grossezza del muro deve, a mio parere, esser tale che gli » uomini armati incontrandosi l'un con l'altro possano questi e quelli » passar senza urtare. Inoltre in tutta la grossezza del muro s'incastri» no travicelli d'ulivo brustolato l'un con l'altro di seguito comba» ciandosi, di modo che entrambe le fronti del muro con questi tra» vicelli (quasi con arpioni) concatenate, abbiano perpetua durata. » Perchè a tale materia nè l'intemperie, nè il tarlo, nè l'antichità » può nuocere; ma tanto sepolta in terra che sott'acqua dura eter» namente utile senza difetti. Onde non solamente i muri, ma le fon» damenta e tutte le pareti, cui si darà una murale grossezza, avvin» ghiati a questa maniera non potranno di leggieri viziarsi. » (Traduzione del Viviani.) (1)

(1) Crassitudinem autem muri ita faciendam censeo, uti armati homines, supra obviam venientes, alius alium sine impeditione præterire possint.

Tum in crassitudine ejus perpetuæ taleæ oleagineæ ustulatæ quam crebriter instruantur, uti utræque muri frontes inter se, quemadmodum fibulis, his taleis colligatæ æternam habeant firmitatem.

Namque ei materiæ, nec tempestas, nec caries, nec vetustas potest nocere, sed ea in terra obruta et in aqua collocata permanet sine vitiis utilis sempiterno.

Itaque non solum in muro, sed atiam in substructionibus, quique parietes murali crassitudine erunt faciendi, hac ratione relegati non cito vitiabuntur.

Questo mezzo di collegare i muri con pezzi di legno è stato altre volte usitato a Lione. Io mi ricordo d'aver veduto in antiche case che mio padre era incaricato di far demolire, legami nei muri di tramezzo, formati di travi che stabilivano la grossezza del muro, lunghe 12 in 15 piedi; la maggior parte erano in legno di noce ben conservato: mio padre le vendette ai facitori di mobili pel bel colore scuro che avevano acquistato. Sembra che il legno di abete si conservi del pari nella calcina; perchè nella demolizione d'una parte dell'antico convento dei domenicani, ordinata nel Concilio generale di Lione del 1245, si trovò che le tavole di abete formanti i muri di separazione, rivestite di calcina, erano prive di tarlo e ben conservate.

Una costruzione più curiosa in questo genere è quella di un antico giuoco di palla con ornamenti gotici, i cui muri erano formati da pezzi di quercia legati assieme come le pietre di taglio; essi avevano 9 in 10 pollici di grossezza, sopra piedi 2 ½ di lunghezza, perfettamente combaciati, e formanti una superficie ben diritta e liscia che aveva l'apparenza di una bella costruzione in pietre di taglio. Tocca agli amatori ed alla gente d'arte il giudicare se questo genere di rivestimento possa presentare qualche vantaggio.

Giulio Cesare nel settimo Libro de' suoi Commentari sulla guerra Gallica, parla pure di una maniera di costruire i muri con travi, pietre di taglio e terra, che egli spiega in tal modo:

» La costruttura poi di quasi tutte le mura de' Galli è sì fatta. » Sul suolo stendonsi per lo lungo delle travi per tutta l' estensione » di esse mura coll' eguale intervallo di due piedi tra l' una e l' altra: » si legano queste insieme al di dentro, e s' investono di molta terra. » Gl' intervalli poi, che dicemmo, sono al di fuori riempiti di grosse » pietre; collocate queste, e ingangherate una coll' altra, si forma so- » pra un altro strato, servando lo stesso intervallo, in guisa, che le » travi non si combacino tra loro, ma, a pari distanza distribuite, » poggi ognuna sopra ciascuna pietra messa fra le travi dell' ordine » inferiore; così tutto il lavoro è contesto, finchè si giugne alla giusta » altezza del muro. Questo alternare di travi, e di pietre, che in retta » linea serbano il loro ordine, giova non pure a render l' opera non » disaggradevole alla vista per la sua varietà, ma ben anche a ren- » derla sommamente acconcia ad una forte difesa delle piazze, però » che dal fuoco le pietre, dall' ariete le travi la proteggono; le quali, » il più delle volte internamente commesse per tutta la lunghezza con » altre travi di quaranta piedi, fanno sì, che il muro nè rovinare, » nè scommettere si possa. » (Traduzione dell' Ugoni.) (1)

Quasi tutti gli autori che hanno interpretato questo passo, pretendono che tali travi di 40 piedi formassero la grossezza del muro; ma non si trova nulla nel testo che possa giustificare quest' opinione: sembra piuttosto far conoscere che le travi fossero poste secondo la lunghezza del muro, e che quelle messe di traverso, i cui capi uscivano nella faccia esteriore, non avessero già 40 piedi; mentre il testo non dice che tutte le travi avessero tale lunghezza, ma la più parte (*plerumque*).

(1) Muris autem omnibus Gallicis hæc fere forma est: trabes directæ perpetuæ in longitudinem, paribus intervallis, distantes inter se binos pedes, in solo collocantur: hæ revinciuntur introrsus et multo aggere vestiuntur.

Ea autem, quæ diximus, intervalla grandibus in fronte saxis effarciuntur. Iis collocatis, et coagmentatis, alius insuper ordo adjicitur, ut idem illud intervallum servetur; neque inter se contingant trabes, sed paribus intermissæ spatiis, singulæ singulis saxis interjectis, arte contineantur. Sic deinceps omne opus contexitur, dum justa muri altitudo expleatur.

Hoc quum in speciem varietatemque opus deforme non est, alternis trabibus, aut saxis, quæ rectis lineis suos ordines servant: tum, ad utilitatem, et defensionem urbium summam habet opportunitatem, quod et ab incendio lapis, et ab ariete materia defendit; quæ perpetuis trabibus pedes quadragenos plerumque introrsus revincta, neque perrumpi neque distrahi potest.

Le figure 6 e 7 della Tavola XI, indicano la maniera onde io credo che tali muri fossero edificati.

Ogni rango di travi, tanto longitudinale quanto trasversale, formava insieme una specie di grata di una sola grossezza, perchè i pezzi erano incavati a metà legno. Per tale disposizione la parete interna trovasi simile all' esterna: gl' intervalli quadrati formatisi internamente per l' incrociatura delle travi, essendo riempiti di terra ben battuta, dovevano risultare da questo collocamento muri di bastioni estremamente solidi, e capaci di resistere agli sforzi dell' ariete senza disunirsi (1).

Indipendentemente dalle diverse forme di preparazione di cui abbiamo parlato, i monumenti antichi offrono ancora altre varietà nell' apparenza esterna della loro costruzione, che si possono considerare come modificazioni degli esempi surriferiti, e le cui forme e proporzioni sortono piuttosto dai dati della decorazione che dai princìpi fondamentali dell' Arte di Edificare.

---

(1) Nella traduzione italiana dei Commentari di Cesare impressa a Vanezia nel 1575, le cui figure si attribuiscono a Palladio, questa specie di muro non è composta che di travi di 40 piedi posti a traverso, cioè formanti la grossezza del muro, appoggiate con un capo sopra uno strato di pietre dalla parte esterna e riunite dall' altro in una grata a piombo che forma la faccia interna e che sembra composta di pezzi riuniti a metà legno. Ma conviene osservare che con tale disposizione, indicata nella figura 4, i capi delle grandi travi corrispondenti ai luoghi ove i pezzi della grata s' incrociano, non possono essere sostenuti che da maschi cacciati nelle piaghe praticate nei pezzi di legno già indeboliti dagl' incavi, e che il rimanente della lunghezza delle travi non è sostenuto che dallo interramento; d'altronde questa combinazione non presenta bastante solidità per resistere ai colpi dell' ariete; esso avrebbe facilmente sfondate queste travi non legate in alcuna parte dell' interno, come indica il testo dei Commentari colla voce *introrsus*, che qui non vuol dire la faccie interna, ma il mezzo del muro.

Giusto Lipsio nel suo Trattato sulle macchine da guerra degli Antichi, pubblicata in Anversa nel 1599 sotto il titolo di *Poliocerticon*, dà una figura di questi muri che differisce da quella di Palladio. Egli colloca le travi ad ogni rango di corsie, ma le dispone in modo che ciascuna corrisponde al mezzo dello spazio di quelle del rango superiore o inferiore. Con tale disposizione indicata dalla figure 5 non si trovano strati senza travi come nella figura di Palladio; e ne risulta un tutto alquanto più solido perchè non v' ha che la metà delle travi che sia sostenuta da maschi, e la altra passando pei pezzi orizzontali della grata che forma la faccie interna, poggiano solidamente per tutta la loro grossezza sui pezzi inferiori, e servono pur essi di appoggi alle parti superiori, in modo da potere far senza colonnetti a piombo. Ma nessuna di queste disposizioni possono formare quella forte unione di travi all' interno che fa la forza principale di tal costruzione secondo il testo e che noi abbiamo tentato di produrre colla disposizione indicata e dettagliata nelle figura 6 e 7.

NOTA DEL TRADUTTORE

Le strutture murali formate con pietre naturali ossia di cava diconsi *muri di pietra*. Quando le pietre sono tagliate regolarmente e ridotte ad una data forma rettangolare o cuneiforme secondo le regole della stereotomia, la struttura che si forma con esse dicesi in *pietra di taglio* in *pietra squadrata* ed ancora in *pietra concia*. Tutte le preparazioni di pietre per muri si riducono al taglio di un numero di parallelepipedi rettangolari eguali o ineguali e di prismi, secondo le diverse apparenze che si vogliono dare alle costruzioni e i vari sistemi di combinazioni enumerate poc'anzi dall'autore; tranne per gli apparecchi dell'opera poligona, poichè nelle prime è necessario tagliar dalle pietre i pezzi e ridurli alla forma voluta dal sistema adottato e dalle regole stereotomiche, mentre nell'apparecchio poligono non altro è da farsi che correggere le superficie dei pezzi estratti dalla cava onde nella struttura ogni pietra si trovi chiusa e combaciata in ogni parte dalle altre che la chiudono. Gli apparecchi regolari sono comodissimi pei muri elevati e fanno bellissimo effetto; gl'irregolari, benchè incomodi per l'addattamento delle pietre a molta altezza hanno il vantaggio di render utili le pietre di qualunque forma e dimensione, di facilitare il taglio e spedire il lavoro, e talvolta di render più solide le costruzioni.

CAPO SECONDO

PRINCIPJ DELL' APPARECCHIO PEI MURI, PIEDIRITTI
E MASSICCI IN PIETRE DI TAGLIO.

Della stabilità.

Fatta astrazione dalla malta o da ogni altro mezzo che possa impiegarsi per legare le pietre di taglio, si possono considerare le costruzioni di questo genere come aggregati di corpi solidi che si sostengono, resistendo per effetto delle forme e della posizione, agli sforzi combinati che risultano dal loro peso.

Il peso è una forza costante colla quale agiscono tutti i corpi solidi quando non sono ritenuti da verun ostacolo. Nei solidi di varie specie, il peso è proporzionato alla quantità di materia contenuta sotto un eguale volume, in guisa che quelli che hanno le parti più fine e più ravvicinate pesano di più: perciò il ferro e la pietra hanno maggior peso che il legno.

Della direzione e del peso.

Un solido qualunque, sospeso ad un filo abbastanza forte per sostenerlo, lo tende secondo una direzione verticale o a piombo, cioè perpendicolare all' orizzonte o ad una superficie a livello, Figura 1, Tavola XII.

Non solo i corpi interi tendono a seguire questa direzione, ma anche ciascuna delle loro parti. Così un corpo pesante sospeso ad un filo, prende a suo riguardo una situazione tale che le parti opposte, relativamente ad una linea che attraversa il corpo secondo il prolungamento del filo, sono egualmente pesanti o agiscono con forze eguali; in guisa che questa linea può essere riguardata come un asse d' equilibrio. Ogni volta che si cambia il punto di sospensione d' un corpo, la direzione del filo prolungata dà un nuovo asse di equilibrio; ma ciò che vi ha di più osservabile è che tutti questi assi passano

per uno stesso punto G situato al centro della massa del corpo, Figura 2.

Del centro di gravità.

La proprietà di questo punto unico, che si chiama centro di gravità, è tale che ogniqualvolta un corpo sia sostenuto da una potenza che resista in senso della direzione verticale, cui questo punto tende seguire, e che l'azione si dirigga su questo punto, il corpo intero trovasi sostenuto: perciò un corpo sospeso a un filo resta immobile quando il centro di gravità è nella direzione di questo filo, Figura 3.

Un corpo pesante potrebbe anche sostenersi sopra una punta o sopra un solo punto della sua superficie purchè questa punta o questo punto fossero precisamente nella linea o direzione verticale che passa pel centro di gravità; ma questa condizione che si adempie da sè nei corpi sospesi, diviene estremamente difficile e sovente impraticabile nei corpi posati sopra una punta o sopra un solo punto della lor superficie, figura 4; perchè nessuna cosa tien fermo il corpo quando si cerca tal punto, mentre il filo non abbandona mai il corpo che gli è attaccato. D'altronde lo stato d'equilibrio che un nulla può distruggere, non è quello che conviene alle parti degli edifici; è ad essi necessario un grado di stabilità od una forza sovrabbondante capace di resistere agli sforzi che possono sostenere.

Se si pone un corpo irregolare, figure 5 e 6, sopra un piano a livello, e che poggi sopra una delle sue superficie *d*, *e*, disposta in modo che la perpendicolare *a*, *b*, abbassata dal centro di gravità non esca dalla sua base, questo corpo rimarrà sul piano con un grado di stabilità espresso dalla differenza delle parti e, *d*, *h*, ed e, *h*, *k*: ma siccome *c*, *a*, *b*, è un asse d'equilibrio, la parte compresa fra *c*, *b*, *d*, sarà esattamente eguale a *c*, *b*, *k*, e la differenza che esprime il grado di stabilità sarà *c*, *b*, e, *h*. Se l'estremità e della superficie del corpo si trovasse precisamente nel punto ove cade la perpendicolare abbassata dal centro di gravità, questo corpo si sosterrebbe in equilibrio non poggiando che sopra una linea nella direzione di questo punto; allora il minimo sforzo lo farebbe capovolgere rotando intorno al punto *e*. Finalmente se la verticale *a*, *b* abbassata dal centro di gravità cadesse fuori dell'estremità *e* della base, figura 6, il solido non potrebbe rimanere in questa posizione.

Da tutto ciò che abbiamo detto risulta, che un solido di qualunque figura, ha tutta la stabilità di cui è suscettibile quando nessuna delle verticali abbassate dai punti del suo contorno cada fuori della base.

Così i prismi, i parallelepipedi o cilindri che hanno le faccie perpendicolari alle basi, rappresentati dalle figure 8, 9, 10, 11, 12 e 13, posti sopra un piano orizzontale, hanno tutta la stabilità che può risultare dalla loro forma.

Il centro di gravità di questi solidi essendo situato sull' asse corrispondente al centro della base, ne risulta una resistenza eguale in tutti i sensi: ma conviene osservare che la stabilità dei prismi di egual base diminuisce in ragione della loro altezza; così i parallelepipedi indicati dalle figure 23, 24, 25 e 26, le cui altezze sono come 1, 2, 4 ed 8, hanno una stabilità come 1, ½, ¼, ed ⅛ del loro peso, supponendo questi solidi esattamente regolari e posati ben a piombo sopra un piano perfettamente retto e livellato; ma siccome è impossibile di giugnere a tale perfezione, la diminuzione della stabilità segue una proporzione molto più rapida; in guisa che un prisma che avesse più di quaranta volte la sua base non potrebbe più sostenersi.

La stabilità dei solidi di egual base diminuisce in ragione dell' altezza del loro centro di gravità; così nei prismi, nei parallelepipedi e nei cilindri il centro di gravità essendo situato sull' asse alla metà dell' altezza, mentre nelle piramidi e nei coni è situato ad un quarto, avviene che la stabilità di una piramide sta a quella di un prisma di egual base e di eguale altezza, come 2 ad 1, cioè che è doppia.

La resistenza dei solidi della stessa forma e di eguale altezza è in ragione del diametro della loro base e non in ragione della superficie. Così la stabilità dei parallelepipedi rappresentati dalle figure 19, 20, 21 e 22, le cui basi sono come 1, 2, 4, 8, è come $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{8}$.

Il fin qui detto sulla stabilità basta per ispiegare gli effetti risultanti dalla forma e dalla disposizione delle pietre di taglio impiegate nella costruzione degli edifici. Ritorneremo su tale argomento nel Libro IX quando si tratterà di valutare lo sforzo e la resistenza di esse.

Posizione e forma da darsi alle pietre di taglio pei muri e piedritti.

Poichè tutte le parti dei corpi solidi e pesanti tendono a discendere secondo una direzione verticale od a piombo, è evidente che non possono essere del tutto sostenute che sopra un piano orizzontale o a livello. Così la forma che più conviene alle pietre di taglio per muri o piedritti, deve esser quella di un prisma o parallelepipedo a piombo, cioè di un solido situato sopra un piano orizzontale e terminato da superficie verticali. Poste queste pietre le une sopra le altre in commessura ed in corsie a livello, tutto lo sforzo del peso cadrà sulla loro base e tenderà a consolidarle, in guisa che la pressione di ciascuna pietra sull' altra ne aumenterà la stabilità. Se queste costruzioni sono ben fatte avranno quasi tanta solidità come se fossero di un sol pezzo.

Siccome l' effetto del peso è quello che unisce le pietre le une colle altre, è evidente che più saranno esse grandi, maggiore stabilità avranno, e più solida sarà la loro unione; ma è necessario che i loro letti sieno ben appianati onde poggino dappertutto egualmente; perchè più sono grandi, più sono soggetti a rompersi quando si trovano dei punti che non toccano. Lo sforzo che produce la rottura fa nascere uno scompiglio in tutta la costruzione, che la rende viziosa: certi punti sopportano un peso considerabile sotto il quale si infrangono mentre altri non si toccano punto. La solidità e la perfezione delle costruzioni in pietra di taglio, indipendenti affatto dalla malta, dal cemento o da altri mezzi di unirle, stanno nell' essere le pietre posate immediatamente le une sulle altre come facevano gli antichi, e nel toccarsi per tutta l' estensione della superficie dei loro letti e delle loro commessure.

Alla precisione onde furono eseguite le costruzioni in pietre poligone, deve attribuirsi la loro perfetta conservazione. Queste pietre sono così bene unite e serrate le une nelle altre, che la loro stabilità è spesso maggiore di quella delle pietre squadrate. Infatti se si considera nella figura 9 della Tavola X la pietra irregolare *a, b, c, d,* posata sopra un piano a livello e, *f,* è evidente che non potrà sostenersi sul punto *e* che poggia sul piano; ma se invece si mette sui piani inclinati in senso contrario, *bc*, *cd*, essa avrà maggiore stabilità che se

fosse terminata da una superficie piana, e, *f*, e posata sopra una superficie a livello, perocchè a dissestarla conservandole la forma angolare *b*, *c*, *d*, converrebbe farla rimontare pei piani inclinati *bc*, *cd*, o farla ruotare attorno i punti *b*, o *d*, il che esigerebbe maggior forza assai che per ismovere una pietra di superficie piana e, *f*, sopra un piano a livello, o farla girare sui punti e ed *f*.

Convien anche osservare che nelle costruzioni in pietre squadrate, le commessure a piombo non contribuiscono affatto alla loro stabilità, mentre quelle delle costruzioni in pietre poligone essendo inclinate ed in senso opposto, servono ad aumentarla pel modo onde le pietre sono rinserrate reciprocamente. Noi faremo osservare ancora, quando si parlerà delle grandi strade (1), che questa disposizione era più utile pei pavimenti che quella dei ranghi paralelli e a commessure ad angolo retto, perchè gli angoli ottusi sono più solidi degli angoli retti.

Nondimeno ad onta delle proprietà dell' apparecchio poligono, non si può sperarne nessun vantaggio che nelle costruzioni nelle quali era adoperato dagli antichi, cioè per quelle masse che non hanno peso da sostenere e che non debbono resistere che lateralmente, come sono le dighe, le mura di città o di bastioni. D' altronde, come si è detto, questa disposizione non potrebbe convenire che a certe specie di pietre; e da tutto ciò che si è discorso in questo Libro si può giudicare che l'Arte di Edificare possede altri mezzi onde dare tutta la possibile solidità alle costruzioni nelle quali gli antichi usavano l' apparecchio poligono.

Delle dimensioni delle pietre.

Si osserva in molte costruzioni antiche e moderne, che le pietre troppo sottili, cioè che hanno uno spessore troppo picciolo per la loro lunghezza, si rompono sotto il peso. Questi accidenti succedono quando le pietre non poggiano egualmente per tutta la superficie dei loro letti, o perchè tali superficie non furono esattamente appianate o per l' effetto di qualche abbassamento ineguale che ha spostate le pietre inferiori. Più le pietre sono grosse relativamente alla lunghezza, più sono forti per resistere a tale effetto, che sovente è difficilissimo da prevedere e da impedire.

(1) Libro IV, Sezione 1.ª Cap. I.

Per le opere che hanno un gran peso da sostenere, come sono i muri e i punti d' appoggio, le pietre cubiche sono le più forti, ma esse hanno minore stabilità e non si legano abbastanza. Quelle la cui lunghezza è molto maggiore dell' altezza, hanno maggiore stabilità e si legano bene, ma hanno minor forza da resistere al peso. Secondo le sperienze da noi fatte sopra quasi tutte le specie di pietre, la lunghezza delle pietre di mediocre durezza e consistenza può essere determinata a due o tre volte l' altezza o lo spessore, e la larghezza ad una volta e mezzo o a due volte questo stesso spessore.

Quando si hanno pietre dure di una grande solidità, e che abbiano più di un piede di grossezza dopo essere tagliate, si possono far lunghe cinque o sei volte la loro altezza, e larghe due o tre; le dimensioni maggiori sono più dispendiose ed inutili. Nella tavola XIII, la figura 1 indica la forma delle pietre cubiche; quella rappresentata dalla figura 2 è lunga e larga una volta e mezzo la sua altezza. La lunghezza della figura 3 è doppia della sua altezza, ed è larga una volta e mezzo: queste sono le dimensioni che convengono alle pietre che non hanno molta durezza. La figura 4 è lunga tre volte l' altezza e larga due volte: queste sono le proporzioni che convengono alle pietre mediocremente dure. La figura 5, che è lunga 4 volte la sua altezza e larga due volte, indica le proporzioni convenienti alle pietre dure.

Nelle costruzioni antiche si trovano molti esempi di pietre quasi cubiche, come negli avanzi della carcere Tullia presso il Campidoglio a Roma, e nell' arco di Jano presso il Colosseo; alcune hanno quasi due metri per ogni lato.

Gli antichi hanno pure impiegato enormi pietre per formare soffitti ed architravi di un solo pezzo: se ne trovano nelle ruine di antichi edifici nell' Alto Egitto che hanno fino 9 in 10 metri in quadrato con uno spessore considerevole.

Io ho misurato uno degli architravi che aveva servito al gran tempio di Selinunto in Sicilia; esso ha 20 piedi e 2 pollici di lunghezza sopra 6 piedi ed 8 pollici di altezza, e 4 piedi ½ di larghezza, cioè lungo metri 6 ½, alto 2, e largo 1 ½; il suo peso deve essere più di 90 mille libbre; esso è rappresentato dalla figura 12, ma la prospettiva impedisce di giudicarne la lunghezza.

Nuovo metodo per l' apparecchio dei massicci e rivestimenti in pietre di taglio.

Quando si avranno massicci considerevoli da costruire in pietre di taglio si potrà disporle in modo che col loro apparecchio tendano a formare una massa sola, indipendentemente da ogni altro mezzo di riunirle, come sono la calcina, i perni di ferro ed i ramponi di brouzo di cui gli antichi facevano un uso estesissimo.

Il mezzo che io propongo, ed è indicato dalla figura 1 della Tavola XIV, consiste nel dare una leggera inclinazione verso il centro ai letti delle corsie di cui sono fatti tali massicci. Da tale disposizione risulta che la stabilità si trova aumentata dall' azione combinata del peso, di cui una parte è deviata dalla sua direzione naturale per effetto dei piani inclinati, per portarsi al centro in tutti i sensi. Nondimeno per non derogare al principio generale dell'apparecchio, che vuole i letti e le commessure sempre perpendicolari alle superficie esterne, converrebbe dare alquanta inclinazione a tali superficie; questa modificazione aumenterebbe ancor più la stabilità di queste costruzioni dando loro più base (1). Tale disposizione sarebbe specialmente d' un gran-

(1) Questo mezzo, che può sembrare soverchio per infinite circostanze, può ricevere un'utile applicazione nella costruzione dei fari ed altre opere marittime esposte alla incredibile violenza delle tempeste. Il faro d' Edistone (Tavola XIV, figure 7, 8, 9, 10, ecc.) del quale abbiamo parlato nel primo Libro circa i graniti ond'è rivestito, fornisce un esempio assai rimarchevole ad appoggio di quest' asserzione. Il rapporto di tutti i lavori della sua costruzione forma un' opera magnifica pubblicata dall' Autore Smeaton, tradotta in Francese da M. Pictet di Ginevra, e l' estratto di essa trovasi in parte nella seconda Raccolta di Memorie pubblicate da M. Le Sage nel 1808.

» La roccia d' Edistone è la sommità dirupata di una montagna di granito nascosta sotto » le acque dell' Oceano; la sua superficie inclinata s' innalza così poco sopra il livello di esse » che due volte per giorno scompare sotto la marea. Altre punte meno elevate, che non si » scoprono che nella bassa marea, la circondano formando scogli che ne rendono l' approdo » difficile a periglioso; ma altre circostanze contribuiscono pure a respingere il più ardito na» vigante. La roccia è tagliata a picco per l' altezza di 85 piedi in tutta la sua circonferenza; » il mare non è mai tranquillo in quei paraggi, e le onde battono contro questa specie di muro » con una violenza che fa balzar l' acqua per trenta o per quaranta piedi. Per dare un' idea » degli ostacoli che si opponevano all' impresa di Smeaton, basterà dire che nei mesi più pla» cidi dell' anno, nei periodi più importanti del lavoro, nei quali i marinari e gli operai erano » ansiosi d' approdare pel potente impulso di una mercede ad un tanto per ogni ora, Smeaton » e tutta la sua ciurma sono stati talora dieci, dodici, quattordici, ed una volta perfino di» ciotto giorni all' ancora innanzi a questo formidabile scoglio, benchè il mare non fosse d' al» tronde molto agitato. »

dissimo vantaggio pei rivestimenti che in generale tendono a staccarsi dalle murazioni alle quali sono applicati, perchè la differenza della costruzione li rende capaci di un abbassamento ineguale. I muri dei terrapieni e dei bastioni che hanno inoltre da sostenere la spinta delle terre, dovrebbero essere costrutti preferibilmente in questa maniera. La loro resistenza, a masse eguali, diverrebbe più grande per la tendenza al centro che risulterebbe da questa disposizione di pietre.

Si è immaginato il pendìo per rinforzare i muri e procurare maggiore solidità a certe opere come sono le sostruzioni ed i muri delle bastite. Ma facendo i letti delle corsie a livello, non ne risulta tutto il vantaggio che potrebbe derivare da questo pendio se i letti fossero perpendicolari alle superficie loro; perchè gli angoli alternativamente acuti ed ottusi che formano i letti orizzontali colla superficie inclinata del muro non sono privi d' inconvenienti.

Già due fari erano stati costrutti sopra questo scoglio, il primo, compiuto nel 1698, era del tutto sparito dopo la furiose tempesta del 26 novembre 1703; il secondo costrutto in legno sopra un massiccio di murazione, fu divorato da un incendio dopo aver resistito per mezzo secolo.

Smeaton, chiamato dalla sua fama e ristabilire un' opera divenuta ormai indispensabile, propose di ricostruirla in pietre e persistette nel suo progetto malgrado le difficoltà che dovere presentare l' esecuzione. Sembra che la lettura delle opere di Bèlidor gli abbiano suggerito l' idea di unire solidemente la base della torre del faro ello scoglio col mezzo di tacche a coda di rondine, come si è praticato pel pavimento della grende chiuse di Cherburgo. Questo stesso mezzo d' unione combinato ad un sistema d' apparecchio, fu quello ch' egli impiegò per formare un solo pezzo delle pietre che componeveno ciascuno strato, il cui volume, avuto riguardo alle difficoltà del trasporto e della posatura non poteva eccedere 10 piedi cubici pel granito ed 11 per la pietra. Per collegare fra loro le corsie adoperò cubi di mermo piantati fra strato e strato, ed assicurò pure la solidità di tutta la massa col mezzo di molti ramponi di ferro piombati.

L' eutore eveva enche pensato di formare ciascuna corsia alla foggie delle articolazioni dei beselti, fecendole elternativamente con une superficie concava ed una convessa che si combaciassero; ma preferì il mezzo che abbiamo indicato.

Rendendo tutta la giustizia ai talenti superiori spiegati da quest' ingegnere in une impresa così difficile, non è però fuori di proposito osservare che non si può avere molta fiducie nella solidità di molte fra queste unioni. Infatti si dura fatica a concepire che le pietre tagliate, che formano il nocciuolo delle torre, ebbiemo potuto resistere senza rompersi al solo movimento impresso alla massa dalla violenza dei flutti durante la tempeste. Noi ignoriamo lo stato ettuale di quest' opera importante, ma saremmo sorpresi nel vedere che queste parti troppo fragili non si fossero rotte, il che senza nuocere alla solidità dell' assieme proverebbe elmeno l' insufficenza di questo mezzo.

Del resto non si vede perchè l' imitazione della articolazioni basaltiche nella forma delle corsie, ciò che ha qualche rapporto coll' apparecchio che qui proponiamo pei massicci, siasi giudicata meno praticabile, specialmenta se si considera che la perfezione del taglio era portata a tal punto che ciascune corsie sperimentata dapprima sulla spiaggie poteve in seguito essere collocata ella stessa maniera colla differenza di circa $\frac{1}{40}$ di pollice.

Nei muri dei terrapieni, questi angoli ineguali divengono viziosi perchè l'effetto della spinta delle terre, che tende a rovesciarli, si porta sugli angoli acuti che sono i più deboli onde sono soggetti ad ischeggiarsi. L'abbassamento ineguale produce spesso un effetto nei muri inclinati che non hanno spinta da sostenere: perciò conviene evitare il più che si può di fare ineguali gli angoli dei letti delle pietre. Le figure 2 e 3 della tavola XIV possono supplire ad ulteriori spiegazioni.

Invece di pendìo si forma talora di dentro od esternamente dai muri certe parti saglienti, alle quali si dà il nome di barbacani, speroni o pilastri di rinforzo onde procurare maggior forza o resistenza contro gli sforzi che possono aver da sopportare, come sono la spinta delle terre o delle volte.

Si mettono i contrafforti a certe distanze gli uni dagli altri e si dà loro maggiore o minor salita; ma qualunque ne sia la disposizione, è essenziale che sieno ben legati al muro a cui devono servire di appoggio; che sieno costrutti nello stesso tempo e sugli stessi fondamenti perchè non possano staccarsene e trascinar seco il muro invece di sostenerlo, il che potrebbe avvenire dei contrafforti applicati dopo, ed eretti su fondamenti diversi da quelli del muro.

Non conviene inoltre che il genere di costruzione adottato pei contrafforti sia suscettibile di abbassamento maggiore del muro; così i contrafforti di mattoni applicati ad un muro in pietrame non varrebbero nulla in confronto dei contrafforti di pietrame contro un muro in mattoni; perchè vi è minor pericolo quando il muro trascina i contrafforti, che quando i contrafforti trascinano il muro. Il meglio è di costruirli in pietra di taglio come le parti dei muri ai quali si attaccano. Qualunque sia però il genere di murazione impiegato a costruire i contrafforti, l'inclinazione data alle corsìe, diretta perpendicolarmente a quella del pendìo non può mancare di cospirare potentemente al loro effetto.

In quanto alla forma ed alle dimensioni che convengono al pendìo ed ai contrafforti dei muri sostenenti uno sforzo laterale, come la spinta delle terre e delle volte, si parlerà nel nono Libro.

CAPO TERZO

DELLA POSATURA

Perfezione della posatura presso gli Antichi.

È una verità generalmente conosciuta in oggi dietro l'osservazione di un gran numero di edifici, che gli antichi costruttori posavano le pietre senza malta, o quella che adoperavano era così fluida e sottile da servire soltanto a riempiere le ineguaglianze dei letti senza impedire che le parti fra tali ineguaglianze posassero immediatamente le une sulle altre. Facendo spostare alcune pietre di taglio nelle ruine di edifici antichi di Roma e di Sicilia io ho trovato che le incavature degli scalpelli nei letti erano piene di una specie di malta finissima, fatta colla polvere della stessa pietra. Ma forse questo è il risultato dello strofinamento a cui si costringevano le pietre onde meglio si unissero, appianando le parti troppo saglienti che impedivano di posare egualmente in ogni punto.

Il metodo di posare le pietre le une sulle altre senza calcina è buono per le costruzioni in pietre grandissime che hanno per se stesse una stabilità capace di procurare una sufficiente forza d'unione; ma nelle opere in pietre di taglio di picciola o di mediocre dimensione, la malta ben adoperata può essere utilissima per aumentare la loro unione e la loro aderenza, e dare una più grande stabilità. In queste circostanze gli antichi hanno fatt' uso d'ordinario, invece di calcina, di perni o ramponi di bronzo o di ferro impiombati, come si vede nelle figure 4 e 5 della Tavola XIV. Pockocke dice d'aver trovato nelle ruine d'Eliopoli in Egitto, gli avanzi di un muro di 3 piedi ed 8 pollici di spessore le cui pietre erano riunite da ramponi di ferro. Talvolta si servivano di chiavi di legno durissimo e tenace, tagliate a coda di rondine, indicate nella figura 6: B fa vedere l'incavo che si faceva nelle pietre onde collocarle. Io ho trovato nelle ruine d'antichi edifici di Roma, presso l'antica via Appia, pietre con simili incavature.

Il Venuti parlando degli avanzi del Foro di Nerva, monumento più conosciuto sotto nome di tempio di Marte Vendicatore, e specialmente dell' arco chiamato di Pantani, dice: il muro formante il recinto esteriore è osservabile tanto per la sua altezza come perchè è composto di massi di pietre d'Albano, posate senza calcina con bozzi rustici. Merita ancora di fissar l'attenzione perchè segue l'andamento dell' antica via. Quest' autore aggiugne che un architetto chiamato Flaminio Vacca dovendo fare certe costruzioni toccanti questo recinto, nel monastero dell' Annunciata, trovò nel demolire una parte del muro antico, pietre di taglio riunite con chiavi a coda di rondine di un legno durissimo, e così ben conservate che si avrebbe potuto porle in opera ancora. Si fecero veder queste chiavi a diversi operai ma non poterono indicare la specie di legno d'onde erano costrutte.

Vizio delle costruzioni moderne in pietre di taglio.

Il vizio della maggior parte delle costruzioni moderne in pietre di taglio non avviene già dall' essere posate colla calcina, ma dalla poca cura che si ha nel taglio e sopra tutto nella posatura delle pietre. Noi diciamo la maggior parte, perchè si può citarne di eseguite benissimo, e spoglie di tutti quei difetti de' quali or ora parleremo.

Si è già detto che i costruttori antichi avevano cura particolare di ben appianare i letti e le commessure delle pietre, onde potessero congiugnersi in tutti i punti delle loro superficie e formare masse così solide e stabili come se fossero state di un sol pezzo ed incapaci di abbassamento veruno, o di veruna irregolare pressione.

Per giugnere a questo grado essenziale di perfezione, che si ammira in tutti i monumenti antichi, e allontanare tutti i motivi e le difficoltà che avrebbero potuto nuocere all' esattezza della posatura, formavano le masse più grandi che non dovevano essere ad edificio finito, onde non essere impediti da parti apparenti già fatte o sbozzate. Gli antichi edifici dell' Egitto sembrano essere stati condotti a termine in tal modo nelle masse preparate per tutte le forme; alcune parti rimaste in massa, l'irregolarità e la mancanza di simmetria nei rapporti delle dimensioni lo confermano bastantemente. Così non era già, come si pratica nelle costruzioni moderne, la costruzione assoggettata alle

forme apparenti, ma queste ultime sono state determinate dalle masse già costrutte.

Nella maggior parte delle costruzioni moderne sciaguratamente le superficie apparenti preparate sul cantiere diriggono i tagliatori e i posatori delle pietre. Purchè l' opera presenti all' esterno le forme e la regolarità che deve avere, s' impacciano poco della solidità che dovrebbe nondimeno esserne la parte essenziale. Questa negligenza è fondata nell' abuso inconcepibile di non misurare le opere dei tagliapietre che sulle superficie apparenti, comprendendo nel prezzo che loro si accorda, quello dei letti e delle commessure senza misurarle, d' onde risulta un prezzo insufficiente per farle bene. I vecchi periti e verificatori, che si attengono a tutti gli abusi che si pretendono usi e costumi, si rifiutano a tutte le ragioni in contrario. Così per una parte si fanno un dovere di contare il vuoto come pieno, e di collaudare agl' intraprenditori opere e forniture che non esistono, e dall' altra rifiutano ciò che è legittimamente dovuto. Si entrerà perciò in un maggiore dettaglio nell' ultima parte di quest' opera.

Da una maniera così cattiva di valutare i lavori in pietre di taglio, risulta che i letti e le commessure sono trascuratissime e mal fatte, storte e dimagrite in modo che il solo spigolo anteriore è quello che porta il peso. I letti invece di essere paralelli sono più vicini all' esterno che internamente; per posare queste pietre si sostengono sopra cunei e biette onde appagare le superficie apparenti. Così sostenute queste pietre da calce o biette di legno più o meno grosse in ragione dei difetti della pietra, s' introduce nelle commessure verticali dell'acqua di calce, e nei letti una malta chiara con uno stromento chiamato *fiche*, rappresentato dalla figura 7 della Tavola XV, con denti rilevati che spingono la malta, la quale non si lascia uscire quando si ritira tale stromento, impedendola colla cazzuola comune; e si ha cura nel fare questa operazione, di non spostare la pietra dai suoi cunei e biette. Per ben cacciare la malta sotto la pietra conviene che le commessure degli strati sieno almeno larghe 7 od 8 linee, cioè 22 in 25 millimetri; ma siccome commessure tanto grandi presenterebbero all' esterno un effetto spiacevole, si salva lungo le faccie esterne un bordo largo 4 o 5 pollici, (centimetri 11 a 13 ½) che è appianato, e lungo il quale la grossezza della commessura si trova ridotta ad una linea e mezzo circa (3 millimetri). Si dimagrisce grossolanamente il di più dei

letti in modo che le commessure interne sono 4 o 6 volte più larghe che esternamente. (1).

Si regola la grossezza delle commessure esterne mettendo ai margini dei sedimenti non incavati o smagriti, certi regoli di legno di quercia i quali sono di uno stesso spessore quando le pietre sono ben stazate esternamente, cioè quando non sono più alte da una parte che dall' altra, e più o meno grosse se la pietra non è di eguale altezza.

(1) Non si può vedere senza meravigliarsi fortemente, che l' Architetto Patte in una sua opera iotitolata = Memorie sugli oggetti più importanti dell' Architettura = pubblicata nel 1796, citi senza criticare e proponga ad esempio questa maniere di tagliare e porre in opera le pietre, adoperata allora nelle grandi costruzioni che si facevano a Parigi, a specialmente in quelle della nuova chiesa di santa Genoveffa. Ecco come si esprime:

» L' operajo tagliando la sua pietra secondo le dimensioni tracciate dal preparatore lascia non solo qualche tacca sulla parete esterna, ma ha cura inoltre di praticare sopra i margini di ciascheduna faccia quattro o cinque pollici di cuscinetto, marcato *p*, *p*, *p*, (fig. 6, 7 ed 8 della Tav. XIII), e di fare sul rimaneota della superficie un piccolo incavameoto marcato *r*, *r*, *r*, di tre o quattro lioee, destinato a ricevere la malta di calce: ha pure l' attenzione di tagliare un altro cuscinetto, segnato *d*, *d*, fig. 6, tre o quattro pollici largo, sopra il lembo interno della commessura verticale della parete, e di lasciar rozzo il rimanente. Di più gli è raccomandato di tener l' angolo della sua pietra, che deve formare la giuntura verticale, piuttosto magro che grasso, onde avere una lioea o due da togliersi sul luogo.

» Così preparata uoa pietra, è in caso di esser messa sulla sua corsia. A questo effetto gli operai cominciano dal mettere delle biette di quercia C (fig. 6, Tav. XV) circa due linee grosse sul cuscinetto delle pietre della corsia inferiore che la deve ricevere; fanno corrispondere queste biette ai diversi angoli della pietra in quistione, evitando nondimeno di collocarle troppo presso agli spigoli perchè non li facciano rompere all' atto dell' assettamento; quindi gli operai pongono tal pietra sulla corsia inferiore e la pongono a contatto e ben a livello coll' ajuto delle tacche: dopo averla accostata a quella che le è vicina oode gli angoli si tocchino, compiono la commessura verticale sul luogo, per renderla impercettibile, con una sega a mano, ed acqua e gres.

» Dopo tale operazione gli operai introducono delle filacce fra il margioe della commessure dello strato e della parete e le fanno entrare di forza, e perchè sia ritenuta la malta che deve essere colata fra queste pietre, versano per le commessure superiori delle pietre acqua con calce sciolta onde bene adacquarle e impedire che assorbano troppo presto l' acqua della malta, il che nuocerebbe alla sua azione sulle pietre, nei pori delle quali non deve incorporarsi che a poco a poco. Infine colano la malta tanto dalla commessure verticali come per le orizzontali interne, e perchè lo spazio fra ciascuna commessura orizzontale sia empiuto *quanto lo può essere ed egualmente*, si servono a tale effetto di una specie di seghetta (Fig. 7, Tav. XV), curvata verso il manico, la quale ha dei denti tagliati in modo da far avanzare la malta e stenderla in pari tempo senza però trarla seco nel tirarla fuori.

» Dopo ciò non si fa che levar le filacce dalle commessure quando si pensa che la malta abbia acquistata consistenza e non si teme più che possa scorrer fuori.

Da questo modo di operare con tutte le precauzioni indicate risulta che le commessure del mezzo essendo quattro o cinque volte più larghe che quella dei margini sono suscettibili di un assettamento maggiore, e tolgonsi al peso il quale cade tutto non sull' intera superficie dei lembi ma soltanto su quella che corrisponde alle biette, come abbiamo già osservato.

Da questa strana maniera di posare le pietre, usata a Parigi e adottata in molti altri luoghi, risulta che la malta diminuendo di grossezza per l' evaporazione dell' umido sovrabbondante che contiene, tutto lo sforzo si riduce sopra le biette di legno, che non essendo suscettibili di un attenuamento così grande come quello della calcina, rimandano questo sforzo alle parti delle pietre fra le quali sono poste e le fanno screpolare. Quest' effetto inevitabile proviene dall' essere tutto il peso sostenuto da punti che non sono se non il decimo della superficie dei sedimenti, mentre dovrebbe essere ripartito egualmente in ogni punto di essi.

Quando il peso è considerabile, le pietre non solo screpolano ma si rompono e s' infrangono; allora le commessure del mezzo, che sono più grosse di quelle delle pareti, provando un maggiore abbassamento, tutto il peso si porta ai margini, questi si rompono, si staccano dalla massa e formano fori considerevoli, disunioni, laceramenti e fessure profonde che penetrano fino nel centro della costruzione: ciò avvenne sciaguratamente ai piloni che sostengono la cupola della chiesa di santa Genoveffa, le cui pietre sono state tagliate e posate nel modo che abbiamo spiegato (1). Le figure 5 e 6 della Tavola XV fanno vedere tutti i vizj e gli accidenti che risultano da questo modo di operare.

Questo metodo assurdo che riunisce tutti i difetti possibili non può essere stato immaginato che dai cattivi operai o da avidi intraprenditori che solo cercano di aumentare i loro guadagni a spese della solidità delle costruzioni. È un raffinamento che non tende ad altro che a fare le più cattive costruzioni possibili, facilitando i mezzi d' impiegare le pietre mal squadrate e di sedimenti e commessure storte e appena sbozzate. Le biette più o meno grosse bastano per palliare tutti questi difetti ed offrire esternamente l' apparenza di una costruzione solida e ben fatta, mentre non equivale ad una buona costruzione in pietrame. Nondimeno siccome la pietra dura di Parigi ha

(1) Debbo qui dichiarare che io non ho contribuito per nulla a tali costruzioni viziose, già fatte gran tempo prima che io fossi incaricato di dirigere i lavori di questo edificio. In tutte le parti confidate specialmente alle mie cure in quanto alla sorveglianza ed alla direzione, per evitare questi difetti e gli accidenti che ne risultano, ho fatto posare le pietre sulla malta di calce e batterle colla mazzeranga per farle poggiare egualmente dappertutto senza incavatura di sedimenti, come si vede appunto nella figura 4 della Tavola XV.

una consistenza ed una solidità superiore a quella che necessita per le costruzioni ordinarie, tali difetti non divengono pericolosi che pei punti d'appoggio che debbono sostenere un peso straordinario (1).

Gli effetti che si osservano nelle catene delle case di Parigi provengono dalle stesse cagioni. La loro media superficie aggravata è circa 5 piedi o un mezzo metro. Il peso che sostiene in una casa di quattro piani può essere valutato 150 migliaja di libbre; in guisa che ogni piede superficiale corrisponderebbe ad un peso di 30 migliaja, se il peso fosse egualmente distribuito per tutta la superficie aggravata. Dalle sperienze riferite nelle tavole del primo Libro, Sezione Seconda, risulta che un cubo di 4 pollici di superficie di baso si schiaccia sotto un peso di 7 migliaja. Non ne prendendo che la metà, si avranno 126 migliaja pel peso che può sostenere senza rompersi un piede superficiale, e 630 migliaja per quello che potrebbe sostenere la superficie totale della catena, cioè un carico 4 volte e un quinto più grande; ma il modo di posare con biette ed assottigliamenti diminuisce molto questa forza. Benchè questo mezzo sia meno vizioso in questo caso per l'estensione delle pareti che fanno quasi il rotondo, figura 3, Tavola XV, e che costringono a tagliare le superficie dei sedimenti con più cura, non deve sorprendere il vederne di stritolati e fuori di piombo in tutta la loro altezza, a cagione dell'abbassamento ineguale che necessariamente risulta da questa maniera di posare, come pure dallo costruzioni in pietrami alle quali si uniscono, quando non si ha la precauzione di prolungare la coda delle pietre maestre circa un piede e mezzo oltre la grossezza del muro di facciata.

(1) Non si osserve elcun eccidente pericoloso in quelle parti del muro esteriore della chiesa di santa Genoveffa, che sono state nondimeno costrutte nella stessa maniere dei piloni fino all'altezza dell'astragalo delle colonne del portico, perchè la superficie delle biette, indipendentemente dal riempimento delle giunture esterne, è più che bastante per sostenere il peso che vi corrisponde. Ma nel luogo delle torri, che evevano una doppia altezza, e nelle parti che evvicinano la cupola, sulle queli si è porteta una parte del peso di essa, sono avvenute fenditure proporzionate al peso sostenuto dalle biette. Questi effetti non possono più ever conseguenze dietro i riempimenti fatti in buone costruzioni di pietre messe in opere senza biette.

Non si sono empiute di latto di calce che le giunture verticali; e quando è stato assolutamente necessario servirsi di biette per regolarizzare la grossezza delle commessure esterne si sono adoperate di piombo, le quali hanno la proprietà, ellorchè cedono sotto il peso, di trasmettere elle circostanti superficie lo sforzo che le comprime. In tal modo si è costrutto il tamburo della cupole dal vertice dei pennacchi, e si è conserveto intatto malgredo l'ineguale assettamento dei piloni.

Nella Tavola XIII si è rappresentato il modo d'incavare i sedimenti e le commessure delle pietre sotto il male inteso pretesto di farvi entrare una maggior quantità di calcina.

La figura 6 indica tale operazione per le pietre a due pareti, formanti la grossezza del muro.

La figura 7 presenta una pietra a quattro pareti destinata a fare un piediritto o punto d'appoggio a base quadrata o rettangolare, colle corsìe formate da una sola pietra.

La figura 8 indica lo stesso processo applicato ai cilindri delle colonne.

Conviene osservare che le pietre quadrate a due o tre pareti si possono ingessare per le commessure del fianco; ma per quelle a quattro pareti e pei cilindri da colonne, è indispensabile il praticare un foro nel mezzo del sedimento per introdurre nella commessura del sedimento inferiore o malta fluidissima o gesso.

Maniera di posare le pietre di taglio per formare solide costruzioni.

Quando si tratterà di muri o piediritti formati di pietre di taglio disposte per ordini di corsìe orizzontali, converrà prima di procedere alla posatura verificare se le commessure e specialmente i sedimenti siano bene appianati. Si conoscerà se una pietra è storta applicandovi sopra un regolo ben retto da un angolo all'altro della superficie di una delle sue faccie o sedimenti, cioè da 2 a 4, Figura 1, Tavola XV, e da 1 in 3. Se il regolo poggia per tutta la sua estensione senza lasciar fessura è una prova che la pietra è bene appianata e diritta. Se all'incontro, posando il regolo da 1 in 3, si trova che la superficie è incavata, cioè che il regolo lascia una fessura nel mezzo in *c*, mentre posandolo nell'altro senso, da 2 a 4, sembra rotonda in guisa che il punto *c* sia troppo elevato rapporto ai punti 2 e 4, è una prova che la pietra è storta e che non potrà poggiare se non sopra tre de' suoi angoli, quando la superficie sia quadrata o rettangolare. Questo effetto succede benchè le linee 1 2, 2 3, 3 4, e 4 1 sieno rette, e che il regolo tocchi dappertutto quando si poggia da 5 in 6 e da 7 in 8 nel mezzo, e paralellamente ai lati; il che avviene dall'essere le linee opposte 2 3, 1 4 in un piano geometrico diverso da quello delle linee 1 2, 3 4; in modo che se si osserva

questa superficie, mettendo l'occhio a livello di una di queste linee come 2 3, l'altra opposta sembrerà incrociare la prima ed avere una delle sue estremità più alta, e l'altra più bassa.

Il tagliapietre per evitare questo difetto comincia dal rettificare uno dei margini della pietra ove vuol fare il sedimento, come *m n*, figura 2, sul quale poggia un regolo e con un altro messo sul margine della faccia opposta in *c d*, traccia una linea dopo avere accomodato questo regolo in modo che il suo spigolo superiore sembri concordare in tutta la sua lunghezza con quello del regolo opposto, senza incrociarsi, mirandoli dal punto *g*, cioè guardandoli con un occhio solo da questo punto, ad una certa distanza dal regolo *c d*. Dopo aver rettificato questo secondo lato, traccia le due altre linee *c m*, *d n*, e termina il sedimento o la parete scalpellando la pietra a regolo da un lato all'altro.

Quando i sedimenti delle pietre sono ben fatti, posti gli uni sopra gli altri, combaciano esattamente per tutta la loro estensione, salve le picciole ineguaglianze dei colpi di martello a punta, quando non sono state levate con uno stromento a taglio retto.

V'ha tutta la ragione di credere che gli antichi costruttori per correggere queste piccole ineguaglianze e gli altri difetti di esecuzione compiessero di appianare i sedimenti delle pietre collo strofinare una sull'altra con acqua e sabbione, od altra polvere analoga alla natura del gres.

Per fare costruzioni solide e durevoli conviene non solo che i sedimenti e le commessure sieno ben diritti e piani, ma è anche necessario che formino angoli retti colle pareti, onde le pietre possano trovarsi a piombo quando sono posate a livello sui loro sedimenti. Ma siccome è quasi impossibile che posando le pietre immediatamente le une sulle altre senza biette, le pareti esterne si trovino sempre ben fatte abbastanza onde formare una superficie come deve essere, è necessario non fare altro che digrossare le pareti lasciandovi la pietra bastante per compiere di tagliarla sul posto.

Preparate le pietre di taglio nel modo che abbiamo spiegato, ecco come si dovrà procedere nel posarle: si comincierà dallo spazzare bene a livello il sedimento o la superficie su cui devono posarsi le pietre; quindi si metteranno a posto ignude onde verificare colla squadra, col piombo ed il livello, se in questa posizione la parete, le

commessure e i sedimenti sono disposti come debbono essere, e se il di più lasciato per ritagliare la parete sul luogo è sufficiente. Nel caso in cui si trovasse troppo debole, converrà avanzare la pietra e tracciarvi sopra una linea che indichi tale avanzamento.

Si rialzerà questa pietra, e dopo aver ben nettato ed irrorato il fondo di essa e il sedimento, si stenderà uno strato di malta fluida fatta con sabbia finissima; quindi si sovrapporrà la pietra nella situazione già sperimentata, e si batterà con una mazzapica di legno mediocremente grossa onde assettare la pietra e far uscire la malta superflua. È necessario che nella sabbia non si trovi veruna pietruzza o ghiaja che possa impedire l'unione delle pietre, perchè il più minuto ciottolo resistente sarebbe capace di far screpolare le pietre e di produrre gli stessi effetti che le biette delle quali abbiamo notati gli inconvenienti; perciò bisogna preferire la sabbia dolce ed argillosa a quella di fiume, ma si può anche far uso di polvere di pietra tenera passata per lo staccio.

Se trattasi di costruzioni nell'acqua o destinate a contenerne, si farà uso di pozzolana, di tegole peste o d'altre materie di questo genere delle quali si è parlato nel Capo III, Sezione Prima del Primo Libro.

Questa maniera di posare le pietre deve specialmente impiegarsi per lavori di tale specie, perchè nei letti e nelle commessure non lascia verun vôto onde vi possa penetrar l'acqua.

Per facilitare la posatura delle pietre sulla malta, dopo che essa si è stesa sulla pietra, puonsi mettere delle biette di legno ai quattro angoli per rovesciarvi sopra la pietra. Si levano poscia, quando la pietra è a filo per lasciarla sulla malta e batterla onde poggi egualmente in ogni punto, come si è più sopra spiegato.

Quando gli operai avranno famigliare questo metodo, vedranno come è più spedito e meno complicato che quello di posare sulle biette ed introdurre la malta, il quale dovrebbe essere bandito da ogni pubblica costruzione.

Tale maniera di edificare in pietra di taglio riunisce tutti i vantaggi di quella degli antichi, e dei moderni; non soggiace a verun abbassamento perchè battendo le pietre non rimane altra malta che per empiere le ineguaglianze dei sedimenti, e nelle esuberanze poggiano immediatamente le une sulle altre. Nondimeno la poca malta che ri-

mane basta per unirle insieme con una forza che è più del doppio del loro peso, come io ho sperimentato facendo in questo modo combaciare due pietre lunghe metri 1 ½ (piedi 4, pollici 8) sopra uno di larghezza (piedi 3 e 1 pollice.), ed un mezzo metro, (pollici 16 ½) di altezza. Questa aderenza della malta aumenta d'assai la stabilità delle pietre, indipendentemente dalla loro forma e dal loro peso; in guisa che una costruzione in pietre di mediocre grandezza diviene solida al pari di quella ove gli antichi impiegavano pietre di enormi grandezze posate senza malta.

Vi sono stati buoni costruttori che invece d'incavare i letti delle pietre hanno formato lungo le pareti certe ugnature larghe 3 o 4 pollici sopra una linea circa d' inclinazione esterna, come si vedono rappresentate dalle figure 9 e 10 della Tavola XIII; ma questo mezzo diviene inutile se non si fa uso di biette e se i sedimenti sono ben retti ed appianati.

Le figure 11, 12, 13 e 14 rappresentano pietre di antichi tempj di Sicilia colle faccie appianate a martello. Le incavature a ferro di cavallo vi sono state fatte per le corde che servivano ad elevarle e metterle a sito.

Il foro quadrato che vedesi al centro del tronco di colonna indicato dalla figura 13, sembra essere stato fatto per piantarvi un cubo di legno ed un asse di ferro onde ruotarlo, o un dado di pietra per riunire i cilindri delle colonne.

Per far conoscere quante precauzioni prendessero gli antichi costruttori per congiugnere la solidità alla purezza dell' esecuzione, si è rappresentato nella Tavola XVI il basamento di un tempio dell' antica città di Segesto in Sicilia, che non sembra essere stato compiuto. La figura 3, esattamente rilevata e misurata sui luoghi, presenta tre ordini di gradini alti diversamente e formanti insieme l' elevazione del piano del tempio, ed un quarto che serve di zoccolo alle colonne. Ogni gradino è composto di pietre d'una stessa grandezza, apparecchiate regolarmente, in modo che se ne trovano due sotto ogni colonna e due negl' intervalli. Ogni pietra ha nel mezzo della parete esterna certe bozze che sembrano aver servito ad elevarle e metterle immediatamente a sito senza che le corde vi mettessero ostacolo. Queste bozze hanno 10 pollici di larghezza (27 centimetri), sopra 9 pollici di altezza, (centimetri 24), e pollici 2 ½ a 3 ½, od 1 decimetro di rilievo.

Sul margine inferiore della facciata di tali pietre si è fatta un'incavatura di 8 in 9 linee (centimetri 2), ed alta pollici 1 ½ (centimetri 4) per indicare il vero piano della parete; e per preservare gli angoli da ogni rottura si è prolungato l'incavo fino allo spigolo verticale, ma si è salvata all'angolo una massa di circa 2 pollici, o 5 centimetri.

Nell' angolo rientrante di questi gradini lungo le faccie superiori si è praticato un canale o incavo orizzontale profondo 9 linee (centimetri 2), sopra 3 pollici di larghezza (centimetri 8), il cui fondo serve a determinare il di sopra del gradino inferiore, ed il margine rialzato fissa il davanti del gradino superiore.

Questa disposizione fa vedere che prima di posare i gradini superiori rettificavano il di sopra di quello che era a sito, segnando l'innalzamento di quello che lo doveva seguire; e per fissarlo in modo invariabile sviluppavano nella massa l'origine del gradino superiore. Da questo processo risultano due altri vantaggi; il primo che la commessura inferiore si trova elevata in modo che l'acqua non vi si può introdurre, e forma una specie di scolo; l'altro che lo spigolo rientrante era indicato in un modo più netto e sicuro essendo molto più facile lo incavare l'angolo in questo modo che nel tempo del pulimento.

Nella parte superiore delle pietre formanti lo zoccolo innanzi alle colonne, si osservano eguali incavature fatte per erigere le colonne e per determinare il piano della loro circonferenza alla base, come pure il di sopra e il davanti delle parti apparenti dello zoccolo. Questi incavi formano ai quattro angoli altrettanti triangoli a base circolare.

Sembra da qualche avanzo del tempio di Giunone Lucina a Girgenti che vi si abbia adoperato lo stesso processo.

NOTA

Sulle cause dei guasti avvenuti nei piloni di Santa Genoveffa e sui mezzi impiegati a ristaurarli.

L'INTERNO della chiesa di Santa Genoveffa non fu interamente sgombrato dai palchi che avevano servito alla sua costruzione che nel 1794. Nell'anno seguente Soufflot nipote ed io fummo incaricati di questo monumento sotto la direzione della Commissione dei Lavori pubblici; quindi chiamato io stesso alle funzioni di commissario (1), Soufflot nipote rimase solo alla testa di ogni lavoro. Ei fece sopprimere nei grandi pennacchi della cupola le masse di pietra dura che vi si erano lasciate pei quadri e pei bassi rilievi. Per questa operazione s'impiegarono moltissimi tagliapietre che in quell'epoca erano molto difficili da dirigere. Essi operavano con grandi colpi di mazza e senza arte, il che produsse una scossa generale che mise tutta la massa superiore in moto e raddoppiò l' effetto del peso già, troppo considerevole per piloni così mal costrutti all'interno. Il mezzo si sottrasse per così dire al peso sprofondandosi, e tutto lo sforzo si portò sulle pareti esterne e sulle colonne infisse negli angoli, le cui commessure erano fortemente legate. Di là vennero gli screpolamenti e le rotture che si manifestarono in quasi tutte le faccie; e tali effetti furono denunciati a Benesech allora ministro dell'interno.

Nel febbrajo del 1796 egli incaricò il Consiglio dei Fabbricati civili del quale io faceva parte, di trasferirsi sul luogo per esaminare lo stato di questi piloni e fargliene tosto relazione. Venne lo stesso ministro, e fu atterrito dai guasti che avevano provato. Si convenne di stabilire senza ritardo centinature di puntello nelle quattro arcate, e per accelerare tale operazione il ministro ci autorizzò ad impiegare le travi delle armature della chiesa della Maddalena. Si era per cominciare quando l'appaltatore di quell'edificio, che aveva interesse a non convenire sulla cattiva costruzione dell'interno dei piloni, chiese che prima di mettere le armature si facessero visitare di nuovo i piloni dagl'Ispettori generali degli Argini e Ponti.

(1) Fino dal 1770 io era addetto a questo monumento in qualità d'ispettore e specialmente incaricato da Germano Soufflot dello studio delle costruzioni.

Questi signori essendosi uniti ai membri del Consiglio dei Fabbricati civili per fare tale visita insieme, ne risultò da parte degl' Ispettori generali un rapporto esteso nel quale dichiararono di essere dello stesso parere che i membri del Consiglio dei Fabbricati civili sulle principali cause dei guasti nei piloni; ma che non potevano credere che si fosse negletta dovunque la costruzione interna, come sembrava indicarlo la pietra allora staccata da una faccia di questi piloni. Dietro tale idea non riputarono essi che lo stato dei piloni fosse così pericoloso da stabilire le centinature da me proposte.

In quell' epoca io pubblicai la mia Memoria Storica sulla cupola di Santa Genoveffa (allora Panteon Francese) onde offrire una giusta idea dello stato di questo edificio, che sembrava non essere conosciuto dalla maggior parte di coloro che proponevano i mezzi di ristaurarlo.

Dopo molte discussioni e dibattimenti fra gl' Ispettori generali e gli Architetti si stabilì di strappar nuove pietre da uno dei piloni per assicurarsi del vero stato della costruzione interna. Fu scelto il primo pilone a destra entrando, il quale era il meno danneggiato, e dopo avere svelte le pietre a diverse altezze si riconobbero gli stessi vizj di costruzione del secondo pilone, dalla cui faccia sinistra si era tolta la prima pietra: cioè che le pietre delle pareti erano diminuite a cuneo di grossa punta, e che le commessure dei sedimenti, che non avevano più di due linee di grossezza sulle faccie apparenti, ne avevano 24 o 30 nell' interno con iscabrosità e riempimenti di pietrami informi mal murati e privi di malta. Questo stato che io non conosceva punto, e che sorprese me del pari che gl' Ispettori, fu provato dai disegni (Tavola XVII) uniti al processo verbale fatto sul luogo e firmato dagli Architetti e dagl' Ingegneri. Questi vizj di costruzione erano la conseguenza inevitabile dei lavori a prezzo fermo, come si era praticato gran tempo prima che mi s'impiegasse alle opere di questo edificio. Germano Soufflot era stato ingannato, ed io del pari, dall' aspetto accurato che offrivano le parti esterne.

Malgrado le prove di questo mal essere che distruggeva tutte le objezioni degl' Ispettori generali, persistettero eglino nella propria opinione. Si nominarono due matematici per analizzare e giudicare le ragioni allegate da una parte e dall' altra, ma non vollero pronunciare, e fu deciso che gl' ispettori generali, gli architetti ed i matematici facessero ognuno il loro rapporto separato al ministro dell' interno che

allora era Francesco di Neuchâteau. Questo ministro nominò un' altra commissione che avendo esaminato lo stato dei piloni fu atterrita dal progresso dei guasti. Essa sollecitò con una lettera diretta al ministro l'11 termidoro anno VI, agosto 1798, la costruzione delle centinature da me proposte e inoltre l'erezione di quattro muri angolari per unire i piloni della cupola agli angoli rientranti dei muri esterni; dimandò inoltre che M. Gauthey ispettore generale dei ponti ed argini, ed io stesso le fossimo aggiunti, come pure Patte che aveva prima di tutti scritto sull' insufficienza dei piloni. Da questa riunione risultarono nuovi dibattimenti e nuove incertezze che fecero sospendere l'esecuzione dei lavori fino al termine dell' anno VII (1799). Finalmente la relazione di una commissione di membri dell' Istituto propose di continuare le opere di centinatura.

L' oggetto di esse centinature era non solo quello d' impedire i deterioramenti progressivi, ma di sostenere una parte del carico dei piloni durante il tempo dei loro ristauri.

Una centinatura comune composta di legnami isolati per tutta la loro lunghezza sarebbe stata insufficiente per una massa così grande, valutata circa 20 milioni di libbre. E dopo aver meditato gran tempo su ciò, mi decisi a formare le armature e i piediritti con pezzi di legname combaciati e fortemente riuniti da ascialloni e cavicchie di ferro, come se ne possono vedere i particolari nel Quinto Libro, Sezione terza, Capo II di quest' opera.

Un decreto del 20 febbrajo 1806 avendo restituito quest' edificio al culto si prepararono somme pel ristauro dei piloni della cupola e per terminare la chiesa = *conformemente all' intenzione del suo fondatore, sotto il nome di Santa Genoveffa protettrice di Parigi.*

Io fui incaricato dal ministro dell' interno di questa difficile operazione, a cui mi era già preparato da gran tempo, tanto per la continua ispezione dello stato dei piloni, e degli effetti che ne risultavano su tutte le parti che vi si riunivano, come dall' esame ponderato delle memorie scritte e pubblicate a tale effetto e delle discussioni avvenute fra i membri delle varie commissioni nominate dal ministero dell' interno, e delle quali io ho sempre fatto parte. Io pensai che per giugnere a procurare a questa parte dell' edificio tutta la solidità che esigeva un monumento di tal genere, conveniva conoscere bene le cause vere dei guasti affine di distruggerle.

Tutte le commissioni incaricate di esaminare lo stato dei piloni avevano acconsentito in ciò che i deteriormenti avevano tre cause principali: 1.° l'attenuamento e la poca cura nel taglio dei sedimenti delle pietre con tutti i vizj che vi si attengono; 2.° gli appoggi in falso prodotti dal retrocedimento del muro che forma il cilindro della cupola, per decorare l'interno con colonne invece di pilastri; 3.° il troppo grande numero degli operai impiegati ad appianare la cupola, che scuotendo la massa superiore avevano aumentato considerabilmente l'effetto del peso da cui erano aggravati i piloni.

Per riuscire nei ristauri di questi piloni era necessario di evitare nelle nuove costruzioni tutti i difetti e gli inconvenienti delle antiche e tentar in uno di consolidarli, e scegliere per le nuove la pietra di migliore qualità e la più propria a resistere al peso. Dopo molte sperienze fatte sulle varie specie di pietre dei contorni di Parigi, ho preferito quella che si chiama Roccia dura di Châtillon. Per evitare i funesti effetti dell' attenuamento de' sedimenti, ebbi cura di farli appianare come le pareti, e così le commessure; e per prevenire ogni specie di abbassamento, feci posar le pietre una sull' altra senza biette. Invece di calcina comune si è adoperato il cemento di tegole passate per uno staccio fatto espressamente e munito di una tela metallica finissima. Ogni pietra era battuta sul suo letto in guisa che nelle commessure non restava che uno strato sottile, egualmente compresso, onde evitare la reazione sotto il carico, di due corpi duri posati uno sull' altro.

Posata che era ciascuna corsìa con tutte le precauzioni indicate, si appianava il letto superiore onde togliere le leggiere differenze che potevano esistere nell' altezza delle pietre. Esse erano riunite da ramponi di ferro colorati ad oglio e murati in cemento grasso e tegole per farle serrare solidamente. Quelle che uniscono le antiche costruzioni sono state legate fra loro con ramponi ad ulivella, in due pezzi formati un Y, e con armadure messe di tre in tre corsìe.

Quando si pervenne alla corsìa sotto l' architrave, che doveva riparare i sostegni in falso sulle faccie esteriori dei piloni fra le colonne, si ebbe la precauzione, invece di tagliarla di eguale grossezza facendo i sedimenti paralelli, di dare al di sotto dell'architrave ed al di sotto delle pietre che vi dovevano combaciare, una lieve inclinazione in ragione di una linea per piede di larghezza; in seguito con

seghe a gres fatte espressamente si segava la commessura del sedimento che doveva unirsi a quello della massa superiore. Si aveva cura di cacciar dentro le pietre a misura del segamento, e quando erano 6 pollici circa distanti dal fondo si forzavano ad entrare col mezzo di vari martinetti a tal uopo disposti; e col mezzo di alcuni fori di trapani e d'imbocature le unioni eran prima riempite di cemento fluido, il cui eccesso rifluiva quando le pietre erano a posto.

La più difficile operazione e che esigeva maggiori cure era il togliere le parti infrante, il che si doveva fare senza percosse onde non iscuotere la massa superiore. Se ne venne a capo facendo dei tagli di sega a gres inclinati ed a piombo che facilitavano l'estrazione delle pietre difettose senza servirsi di martello; dopo ciò la massa era sostenuta in tutti i sensi in modo da non impedire i lavori di ristauro.

Coi trapani si giunse a fare dei fori di 2 pollici di diametro tanto per riempiere in cemento e gesso i vuoti e le commessure interne delle pietre che erano state mal murate, quanto pel passaggio delle grandi armadure che attraversavano la massa dei piloni per legare le nuove costrutture colle vecchie. L'azione dei trapani e delle seghe a gres era diretta da un meccanismo che variava secondo le posizioni e le circostanze, onde operare con più cautela ed esattezza.

Per ottenere la maggiore perfezione possibile in tutti i lavori, io poi aveva organizzate officine cogli operai più destri e più intelligenti in ciascuna parte, condotti da un ispettore e da capi abili, ai quali aveva spiegato i motivi di ogni operazione, e la necessità di tutte le cautele da prendersi per ben adempiere al loro oggetto. Io stesso mi sono interamente occupato della direzione di questi lavori; e indipendentemente da tutti i dettagli figurati e dai disegni per l'esecuzione, sorvegliai assiduamente tutte le opere, ed ho avuto la compiacenza di vedere che sovente si superavano le precauzioni da me indicate; e dopo la smontatura delle centine, e malgrado l'esperimento delle politure che imprimendo un moto nella massa, tendevan a farne scoprire le minime imperfezioni e i punti deboli, nessun accidente si è manifestato nei lavori di riparazione che adesso contano più di 17 anni (1).

(1) Si troveranno i più minuti ragguagli di questa operazione nell' opera intitolata. = Descrizione Storica e Grafica della Nuova Chiesa di santa Genovetta, = i disegni e la redazione della quale ci occupano già da più anni.

NOTA DEL TRADUTTORE

Se le pietre per le costruzioni fossero tagliate con tutta la diligenza, onde ottenere superficie bene appianate ed angoli esatti, la posatura di esse in opera sarebbe cosa di pochissima importanza perocchè non consisterebbe che nel disporre i pezzi secondo l'apparenza ideata dal costruttore. Ma siccome o per l'avidità degli operai e degl' imprenditori o per la negligenza di chi dirigge le fabbriche le pietre non sono quasi mai esattamente apparecchiate, così tutte le precauzioni e tutto lo studio della posatura debbono impiegarsi in questo caso, onde almeno ripiegare coll'arte agli originali difetti delle pietre ed ottenere quant'è possibile buone costruzioni. Quando le pietre sono esattamente preparate, le costruzioni possono essere solidissime anche senza cementi, perni o ramponi metallici, purchè la disposizione dei pezzi sia tale da collegarli insieme in modo che una pietra non possa togliersi senza che tutta la costruzione o crolli o si scommetta; ma tuttavia l'uso dei perni e dei ramponi metallici sarà sempre prudentissimo per non affidare la solidità di una struttura al solo peso ed aderenza delle masse. Ma se si debbono porre in opera pietre di imperfetta preparazione è indispensabile l'uso di cementi per ottenere una discreta stabilità, e perciò la principal cura debb' essere di adoperare una malta fina di buona presa, di non lasciare alcun vano fra pietra e pietra, di porre uniforme lo strato della malta nelle commessure orizzontali, onde pure uniformemente si ristringa nell'asciugarsi sotto il peso delle pietre. Prima però di procedere alla posatura di una pietra è necessario esplorare coll' archipendolo o colla livelletta a bolla d'aria se il piano superiore dello strato o filare sottoposto sia a livello; e nel caso che non lo sia è necessario ridurlo. Si mette quindi in prova la pietra che vi si deve sovrapporre, cioè si colloca a posticcio nel luogo assegnatole, e col piombo, colla squadra e coll' archipendolo si esplora se le sue superficie sono bene spianate e combaciano esattamente colle pietre adiacenti; nè si procederà alla stabile posatura se tali condizioni non si trovano adempite. Riconosciuta bene apparecchiata la pietra si leva di posto, si spazzano accuratamente e si bagnano gli strati, e si stende sull' inferiore, per l'altezza non maggiore di 18 centimetri, una malta fatta di calce e polvere finissima di tegole e meglio di marmo. Si ripone la pietra e coi soliti aiuti della squadra o del livello fatta andare a sito si batte con mazzuolo di legno onde tutta la malta superflua sia rigettata dalle commessure. Così compiuta la costruzione non rimane che di radere le pareti esterne, e di togliere dalle commessure quanto si può la malta empiendo i tagli accuratamente con nuova malta, stroppicciandola più volte con un lisciatoio di ferro finchè abbia acquistato tutta la durezza di cui è capace.

LIBRO TERZO

STEREOTOMIA

SEZIONE PRIMA

CENNO SULLE CURVE CHE POSSONO SERVIRE ALLA SUPERFICIE INTERNA DELLE VOLTE

CAPO PRIMO

DELLE CURVE CHIUSE

La prima cosa da considerarsi nelle volte è la loro curvatura; delle quali la più bella, la più conveniente per la forma ed anche la più facile da descriversi è la circolare; perciò non entriamo in veruna particolarità sopra di essa.

Dell' ellissi.

Se si espone al sole un cerchio di filo di ferro inscritto in un quadrato attraversato da due diametri che s' incrociano al centro ad angoli retti, Figura 2, Tavola XIX, e disposto in modo che i raggi di luce sieno perpendicolari al piano formato da questa unione di linee, l'ombra ricevuta sopra un piano paralello (ad una distanza maggiore di un semidiametro) rappresenterà una figura perfettamente simile ed eguale a quella del cerchio inscritto in un quadrato coi suoi diametri eguali: ma se si fa volgere il cerchio attorno uno dei suoi diametri AB senza cangiare la posizione del piano che riceve l' ombra, si vedrà, 1° che il quadrato si cangerà in un rettangolo, ed il cerchio in una ellissi.

2.° Che l'ombra del diametro attorno cui ruota il cerchio, la quale non muta grandezza, rappresenta l' asse maggiore dell' ellissi; e che l'altro, il quale diminuisce in ragione che gira la macchina, indica l' asse minore.

3.° Che si trova una posizione ove questo asse minore svanisce, in modo che l' ombra dell'assieme non forma che una linea retta; d'onde risulta che questo sistema di linee può co' suoi giri rappresentare tutte le ellissi possibili fra il cerchio e la linea retta.

Se nell' interno del cerchio di filo di ferro s' inscrive un poligono regolare di dieci o dodici lati è evidente che l' ombra dei lati di esso nel cerchio divenuto ellissi formerà un poligono corrispondente, i cui angoli, per essere i raggi della luce paralelli, saranno sempre ad eguale distanza dal diametro perpendicolare all' asse di rotazione; in guisa che se si tracciano sul piano che riceve l' ombra (nell' istante in cui la luce è perpendicolare), le paralelle *ef*, *ko*, CD, *gh*, *im*, che passano per gli angoli di un poligono di dodici lati, si osserverà che quando la macchina ruota, gli angoli seguono esattamente le traccie di tali linee.

Per riprodurre queste indicazioni con operazioni grafiche, si descriverà un cerchio sull' asse minore *cd*, e dopo averlo diviso come il cerchio maggiore, si condurranno pei punti di divisione marcati colle stesse lettere, delle paralelle all'asse maggiore AB, e l' intersezione delle linee tirate dai punti corrispondenti, darà la posizione di questi angoli esattamente come la proiezione delle ombre. Così questa sperienza fornisce un modo di tracciare l' ellissi per più punti, descrivendo un cerchio sopra ciascun asse: si dividerà la loro circonferenza in un numero di parti eguali, e tracciando da ciascuna le paralelle a questi assi, le loro intersezioni daranno altrettanti punti che apparterranno alla circonferenza dell' ellissi.

Questo metodo procura ancora un modo facile ed esatto d' imitare l' ellissi con archi di cerchio, elevando sul mezzo di ogni lato del poligono inscritto tante perpendicolari che s' incontreranno sul picciolo asse prolungato, per le parti appianate, e sull' asse maggiore per quelle più arcuate.

Se si osserva che l' ellissi è una curva simmetrica divisa in quattro parti simili dagli assi, vedrassi che basta fare l' operazione per una di esse con due quarti di cerchio descritti sui due semiassi, figura 3: così avendo diviso ciascuno di questi quarti di cerchio in tre

parti eguali, dai punti di divisione *e*, *f* di quello tracciato sul semiasse maggiore si condurranno le paralelle all' altr' asse *Oc*; dai punti di divisione *u* e *v* del picciolo quadrante, si condurranno le paralelle all' asse maggiore; i punti *b* e *g* in cui le paralelle corrispondenti s' incontrano indicheranno gli angoli di un dodecagono, del quale A *b*, *bg*, *gc* saranno i lati per un quarto. Sulla metà di ciascun lato si eleveranno perpendicolari indefinite; quella elevata su *gc* incontrerà l' asse minore prolungato nel punto 4, che sarà centro dell' arco *gc*; condotta *g*4, il punto 5 ove la perpendicolare sopra *bg* incontrerà questa linea, sarà il centro dell' arco *bg*. Si condurrà quindi la linea *b*5 che taglierà l'asse maggiore nel punto 1, che sarà il centro dell' arco A*b*; e coi tre centri 4, 5, 1, si descriverà una curva che differirà pochissimo dall' ellissi.

Siccome i tre altri quarti devono esser simili, converrà per avere i loro centri portare O 4 da O in 3, *m* O da O in *n* e tirare due linee indefinite, 3*mr* e 3*ns*: su queste linee si porterà *m* 5 da *m* in 8, da *n* in 7, e da *n* in 6; e finalmente A 1 da B in 2. Ciò fatto, dal centro 3 si descriverà l' arco *rs*, e dopo aver condotte le rette 81*q*, 62*k*, e 72*t* che riuniscono due centri sopra una stessa linea (acciò secondo il principio generale dell' imitazione delle curve, la tangente al punto di riunione sia comune a due archi di cerchio, e che la loro differenza di curvatura non produca verun gomito od effetto spiacevole), dai centri 1 ed 8 si descriveranno gli archi A*q*, *qr*; dai centri 6 e 7 gli archi *hk* ed *st*, e finalmente dal centro 2, l' arco *k*B*t*.

È evidente che a misura che aumenterassi il numero delle divisioni di ciascun quarto di cerchio si avrà un' imitazione più approssimata.

È utile rimarcare che sebbene si tratti nell' esempio dato di un poligono di dodici lati, non vi sono però che otto centri, perchè i quattro situati sugli assi corrispondono ciascuno a due lati, in guisa che si devono trovar sempre quattro centri meno del numero dei lati.

Questo mezzo semplicissimo, è infinitamente più perfetto di tutti quelli che si conoscono per imitare l' ellissi e non esige verun calcolo. Noi però non ne faremo il confronto.

Dell' ellissi considerata come risultante dalla sezione obliqua del cilindro.

Sia A, B, C, D, fig. 4, la proiezione di un cilindro del quale il cerchio E, H, G, K, rappresenta la base divisa in venti parti eguali: avendo disposte queste figure in modo che l'asse di proiezione del cilindro corrisponda esattamente al diametro E G del piano della base, onde abbassando dai punti di divisione le paralelle all' asse dividano la metà della superficie curva del cilindro in 10 parti corrispondenti a ciascuna semicirconferenza della sua base, separate dal diametro HK: in guisa che se s'immagina nel cilindro un piano corrispondente a questo diametro rappresentato da A, B, C, D, ciascuna delle linee *bb*, *cc*, *dd*, *ee*, *ff*, saranno dimostrate distanti paralellamente dal piano A, B, C, D, di una distanza perpendicolare 1 *b*, 2 *c*, 3 *d*, 4 *e*, 5 E o 5 G; la regolarità del cilindro dà lo stesso per le altre linee *h* 6, *i* 7, *k* 8, ed *m* 9 come anche per quelle corrispondenti alla circonferenza opposta: ammesso ciò, basta come abbiamo detto, di fare l'operazione per un quarto.

Così, suppouendo che la diagonale A D indichi una sezione obliqua all' asse del cilindro, ma perpendicolare al piano A, B, C, D, si traccierà l'ellissi risultante da questa sezione coll' innalzare dai punti *b'*, *c'*, *d'*, *e'*, *f'*, *h'*, *i'*, *k'*, *m'*, ove le paralelle *b'b*, *c'c*, ecc. incontrano l'obliqua AD, delle perpendicolari indefinite sulle quali si porterà la distanza 1*b* della pianta sull' asse AD da *b'* in 1; 2*c* da *c'* in 2, 3*d* da *d'* in 3; 4*e* da *e'* in 4; 5 G da *f'* in 5: quindi tracciando una curva per tutti questi punti si formerà una ellissi perfettamente simile a quella prodotta dall' ombra di un cerchio ricevuta obliquamente sul piano, di cui abbiamo testè parlato.

Comparazione del cerchio coll' ellissi.

Nell' ellissi come nel cerchio le linee che s' incrociano al centro dividono le superficie in parti eguali: ma nel cerchio tutti i diametri sono eguali e perpendicolari alla curva, mentre nell' ellissi la loro grandezza cangia ad ogni punto della curva. Il più grande di questi diametri è chiamato asse maggiore, e il più picciolo, asse minore.

Di tutti i diametri non vi sono che i due assi che s' incrociano nel centro ad angolo retto.

Il cerchio non ha che un centro ove si uniscono tutte le perpendicolari alla sua circonferenza.

L'ellissi essendo una curva chiusa e simmetrica, due assi la dividono in quattro parti simili ed eguali.

L'ellissi ha, oltre il suo centro, due fochi: questi punti situati sull'asse maggiore, procurano il mezzo di descrivere questa curva e di condurre ad essa le perpendicolari. Si trova il sito dei fochi di una ellissi, fig. 5, descrivendo dalle due estremità dell'asse minore degli archi con raggio eguale ad O B metà dell'asse maggiore che taglia quest'ultimo nei punti F, *f*.

Una delle proprietà principali dei fochi consiste in ciò che la somma delle linee tirate da un punto qualunque della curva P a ciascuno dei fochi è sempre eguale alla lunghezza dell'asse maggiore; in guisa che si ha in tutti i casi $FP + fP = AB$.

In questa proprietà dell'ellissi è fondato il modo di descrivere la figura ovale del giardiniere con un cordone e due palicciuoli. Questi si piantano nei fochi e vi si attacca un cordone lungo come l'asse maggiore; quindi con una punta od un altro palicciuolo messo nella piegatura del cordone si disegna la curva avendo riguardo di tener sempre il cordone egualmente teso. Con questo semplice mezzo si ottiene una vera ellissi como si vede nella figura 5.

Ma questa pratica, bastante pei lavori da giardiniere, non offre abbastanza precisione per costruire i disegni: perciò la maniera di tracciare questa curva con più punti è preferibile.

A questo riguardo conviene osservare che in causa della regolarità e simmetria di questa curva, si debbono trovare quattro punti egualmente situati rapporto al centro: così dopo aver tracciati i due assi e determinati i fochi F, *f*, converrà che ciascuno di questi punti e con una stessa apertura di compasso, minore di BF o di A*f*, e maggiore di A F, o della sua eguale B *f*, descrivere quattro sezioni indefinite come G *g*, H *h*. Si porterà quindi il raggio con cui sono state descritte da A in D; si prenderà la differenza DB colla quale dagli stessi fochi F, *f* s'incrocieranno le prime sezioni: queste intersezioni indicheranno altrettanti punti dell'ellissi. Per avere altri quattro punti, si ricomincerà con un'apertura più picciola o più grande di quella con cui si sono tracciate le prime sezioni G *g*, H *h*, come F E, e dopo aver descritte quattro nuove sezioni I *i*, K *k*, s'incrocieranno di

nuovo le sezioni I *i*, K *k* con un raggio eguale ad EB per avere quattro nuovi punti, e così di seguito.

Per procedere ordinatamente conviene dividere lo spazio compreso fra questi fochi in parti eguali, secondo la grandezza dell' ellissi; si descriveranno in seguito le quattro prime sezioni de' fochi cogl' intervalli A 1, A 2, A 3, A 4, A 5, ecc., figura 6, cioè fino al penultimo; le grandezze per le incrociature saranno successivamente 1 B, 2 B, 3 B ecc.

Questo metodo è comodo estremamente e giusto, perchè le operazioni sono immediate, e l' incrociamento delle sezioni indica la direzione della curva, il che è un vantaggio grandissimo per ben tracciarla. Quando le prime divisioni danno sezioni troppo distanti, si suddividono in due o in tre; in generale converrebbe che i punti fossero più ravvicinati in ragione della maggiore convergenza della curva. Così per proporzionare queste divisioni coll' aumento di curvatura che presenta l' ellissi dalle estremità dell' asse minore fino a quelle dell' asse maggiore, converrebbe invece di dividere la linea retta F*f* in parti eguali, dividere la circonferenza di cui essa è diametro, Figura 7, e dirigere con paralelle all' asse minore, la proiezione di questi punti su F*f*; con questo processo si troverauno naturalmente allontanati in ragione della maggiore o minor curvatura.

Per la stessa ragione, quando per tracciare l' ellissi si fa uso delle ordinate ai cerchi descritti sull' asse minore o maggiore, conviene meglio dividere la circonferenza di questi cerchi in parti eguali al loro diametro; la vista della sola figura 4 fa comprendere abbastanza la necessità di preferire questa pratica. Tale considerazione merita tanto più di essere valutata in quanto si applica al principio dell' allungamento ed accorciamento di ogni specie di curve, come anche a quello della loro proiezione e svilluppo, che sono le operazioni più essenziali della stereotomia o del taglio delle pietre.

Del compasso ellittico od ovale.

Dietro le proprietà testè riconosciute nei fochi dell' ellissi, si è immaginato per descrivere questa curva uno stromento composto di una specie di croce, figura 8, munito d' incavature nelle quali si mettono perni o tasselli mobili fatti a coda di rondine, in guisa che pos-

sano muoversi senza uscirne; vi si adatta un regolo che entra negli assi di tali perni, o che si applica in modo da tenerli ad una distanza determinata senza impedirli di strisciare per le incavature.

Da tale disposizione risulta che facendo muovere questo regolo, la punta si avanza secondo un rapporto che varia in ragione della distanza de' perni. Così, facendo questa distanza eguale alla differenza dei due assi di un'ellissi, posta una punta o una matita in capo a questo regolo descriverà tal curva: e siccome si può cangiare a piacere tale distanza, si vede che con questo stromento si può descrivere ogni specie d' ellissi.

Si osserva però che quando trattasi d'una curvatura di una certa grandezza, questi compassi non sono mai benfatti abbastanza per descrivere esattamente questa curva; onde non se ne serve che per operazioni le quali non esigono una rigorosa precisione.

Delle perpendicolari all' ellissi.

Nel cerchio, ogni perpendicolare prolungata, passa pel centro.

Nell'ellissi, eccetto i quattro punti nelle estremità degli assi che si incrociano nel centro ad angoli retti, tutte le perpendicolari tirate dagli altri punti della curva, incontrano l' asse maggiore in diversi punti della parte compresa tra i fochi.

Per innalzare una perpendicolare da un punto qualunque della circonferenza di un'ellissi, convien tirare da questo punto P, figura 9, due linee ai fochi F, *f*, e divider l'angolo che formano al punto P, in due parti eguali colla linea P*d*, che si prolungherà all' esterno in *e*; *e* P sarà la perpendicolare cercata.

È chiaro che prolungando all' esterno le linee tirate dai fochi al punto *p*, si ha l' angolo *cpg* eguale ad F*pf*; e così dividendo l'angolo *cpg* in due, si avrà anche una perpendicolare *p m* alla curva.

Questo metodo è lo stesso qualunque sia la maniera ond'è descritta l' ellissi, cioè con un cordone, con un compasso ellittico, con ordinate o con sezioni; non v'è altra eccezione che per le imitazioni dell' ellissi con archi di cerchio, nel qual caso le perpendicolari debbono tendere al centro di ciascun arco.

Quello che abbiamo detto su questa curva basta per le opera-

zioni delle quali si tratterà in questo Libro. Non ci resta che far conoscere una nuova proprietà dei fochi da noi scoperta, e che indica l'origine loro; proprietà che non si trova in veruno degli autori che hanno trattato di questa curva.

I fochi rappresentano le estremità dell'asse del cilindro o *del cono compreso nella sezione obliqua che produce l'ellissi.*

Noi abbiamo detto che per trovare i fochi dell'ellissi il metodo comune, che trovasi in tutti i trattati di sezioni coniche, consiste nel descrivere con una grandezza eguale alla metà dell'asse maggiore, da una delle estremità C dell'asse minore, Figura 5, due archi che tagliano l'asse maggiore nei punti F ed *f*, in modo che si ha $FC + Cf = AB$.

Da questa operazione risulta che la distanza OF dal centro dell'ellissi ad uno dei fochi è media proporzionale fra la somma dei due semiassi e la loro differenza; cioè che si ha la proporzione $CO + CF : OF :: OF : CF - CO$; perchè per la proprietà del triangolo rettangolo COF, si ha $\overline{CF}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{OF}^2$; d'onde si trae $\overline{CF}^2 - \overline{CO}^2 = \overline{OF}^2$; ma $\overline{CF}^2 - \overline{CO}^2$ è eguale al prodotto di $(CO + CF) \times (CF - CO)$; dunque si ha $CO + CF : OF :: OF : CF - CO$. Ciò posto:

Sia ABCD, figura 10, la pianta o la proiezione di un cilindro retto per l'asse, e BC la linea obliqua che indica la sezione che produce l'ellissi, e nello stesso tempo il suo asse maggiore. Condotto l'asse EG del cilindro che divide l'asse maggiore BC in due parti eguali nel punto O; da questo punto come centro si descriveranno gli archi *Gf*, EF, che indicheranno sull'asse maggiore BC, il punto dei fochi.

DIMOSTRAZIONE

Siccome in questa figura, $AB = CD$, indica l'asse minore dell'ellissi, si avrà pel triangolo rettangolo BEO, in cui BO indica la metà dell'asse maggiore, BE la metà del minore ed OF la distanza dal centro dell'ellissi al foco, $\overline{EO}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{BO}^2$, che dà $\overline{EO}^2 = \overline{BO}^2 - \overline{BE}^2$; e siccome $OF = EO$, si ha $\overline{OF}^2 = \overline{BO}^2 - \overline{BE}^2$. Rappresentando BO e BE i due semiassi dell'ellissi, si avrà, come nel caso precedente, BO +

BE : OF :: OF : BO — BE; cioè che la distanza OF è media proporzionale fra la somma dei due semiassi e la loro differenza; dunque F è uno dei fochi.

Se si considera l' ellissi come sezione di un cono retto LKM, figura 11, si troveranno pure i fochi descrivendo dal punto O mezzo della retta AB, gli archi RF, e Gf dalle estremità G ed R dell' assé del cono compreso tra le linee AH, IB, condotte dalle estremità dell' asse AB paralelle alla base del cono.

DIMOSTRAZIONE

Se dal punto O, mezzo di AB, si conduce una terza paralella PN, essa indicherà il diametro del cerchio corrispondente al centro dell' ellissi, e la cui ordinata OD è eguale alla metà dell' asse minore, ed AO alla metà dell' asse maggiore.

Se dal punto D come centro, con un raggio eguale al semiasse AO, si descrive sovra OP una sezione che taglia PN in C, e si tira CD, si avrà pel triangolo rettangolo COD, la cui ipotenusa è eguale al semiasse maggiore, e il lato DO alla metà del minore, $\overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$ e $\overline{CO}^2 = \overline{CD}^2 - \overline{DO}^2$, il che dà CD + DO : CO :: CO : CD — DO; ma siccome CO = GO = FO = OR, si avrà come più sopra, CD + DO: FO :: FO: CD — DO; il che prova che i fochi dell' ellissi rappresentano le estremità degli assi della parte di cilindro o di cono in cui è compresa la sezione obliqua che produce l' ellissi.

Delle Curve ovali o a mezza botte.

I costruttori impiegano d' ordinario per la curvatura delle volte acute o schiacciate un sistema d' archi di cerchio che differisce dall' ellissi, e da loro indicato col nome di *ovale* o a mezza botte: i falegnami, i tagliapietre, i fabbri ferrai ne fanno uso anch' essi pei propri lavori.

Il processo per tracciare queste curve è fondato in due condizioni generali: la prima è che per formare con archi di cerchio una curva chiusa, conviene che la somma di questi archi sia di 360 gradi; la seconda è che i centri degli archi che si uniscono sieno sempre in una stessa linea, come abbiamo già osservato.

Le ovali di cui abbiamo parlato sono più spesso a quattro centri; e determinata la lunghezza dell' asse maggiore, quella del minore dipende dal rapporto degli archi che si riuniscono.

Col processo indicato nella figura 1, Tavola XX, si divide l'asse maggiore in tre parti eguali nei punti P e Q, dai quali come centro, e con una di queste parti come raggio si descrivono due circonferenze di cerchio che si tagliano nei punti O ed N. Questi punti coi due altri P e Q sono i centri per descrivere l'ovale, tracciando prima le linee 1PN, OP3, OQ4 ed NQ2 per indicare i punti di riunione degli archi. Siccome gli archi 1A3, 2B4, che debbono formare le curvature all' estremità dell' asse maggiore, fanno parte delle prime circonferenze descritte, non rimane più, onde terminar l'ovale, che tracciare dai punti N ed O gli archi 1C2, 3D4 che a causa dei triangoli equilateri POQ, PNQ, ciascuno sarà di 60 gradi, e gli archi 1A3, 2B4, ciascuno di 120, il che da 360 gradi per la somma dei quattro archi: così le due condizioni generali per formare un ovale sono adempiute.

Nella figura 2, l'asse maggiore è diviso in quattro parti eguali nei punti L, O, M; da questi punti come centri e col raggio eguale ad una di queste parti si descriveranno tre circonferenze di cerchio. Quella del mezzo che passa pei centri delle altre due si troverà divisa in quattro parti eguali ai punti H, L, M, K che saranno i quattro centri dell'ovale. Condotte le linee HL3, HM4, KL1, KM2 per indicare le congiunzioni degli archi, si descriveranno quelli indicati da 1D2, 3C4, i quali colle parti dei cerchi già descritti dai punti L ed M, formeranno l'ovale. Gli angoli formati dalle linee 1L3, 2M4, 1K2, 3H4, essendo tutti retti, ciascuno degli archi corrispondenti sarà di 90 gradi, e la somma dei quattro, di 360.

Il processo indicato dalla figura 3 consiste nel fare due quadrati, uno presso l'altro sopra una stessa linea. Colla metà di ogni diagonale si formi un altro quadrato, e gli angoli E, F, G, H sono i centri per descrivere l'ovale; cioè G per l'arco 3A1, H per l'arco 2B4, F per l'arco 1C2, ed E per 3D4. Ciascuno di questi archi essendo di 90 gradi, i quattro ne danno 360 come nella figura precedente. È utile osservare che nell'ultimo processo non è fissato nessuno degli assi e di più che ciascuno di essi non può servire che per un caso solo, cioè per uno stesso rapporto fra i due assi.

Si vede dalla figura 1 che più sono grandi gli archi delle estre-

mità, rapporto a quelli del mezzo, più è aperta l'ovale. Siccome la curvatura delle volte influisce molto sulla loro solidità, io ho cercato nelle curve geometriche quelle che possono servire di limiti alla maggiore o minor curvatura che si può dare ad esse.

Rapporto alle curve che possono essere inscritte in un rettangolo io ho trovato che la cicloide è quella che presenta la maggior curvatura, e quella che ne ha meno è la cassinoide, chiamata anche ovale di Cassini o ellissi cassiniana; in guisa che l'ellissi delle sezioni coniche sta frammezzo a quelle due curve. Benchè noi abbiamo riconosciuto, come si vedrà qui presso, che l'ellissi è quella che più conviene in tutti i casi, non lascieremo di dare un'idea delle altre due curve ed il mezzo di avvicinarvisi con imitazioni per usarne nelle circostanze in cui potrebbero essere utili.

Della cicloide

La cicloide è una curva moderna la cui invenzione è attribuita al padre Mersenne. L'idea di questa curva gli venne nel 1615, considerando in una delle contrade di Nevers un chiodo rimarchevole in una delle ruote di un cocchio. Immaginò egli che questo chiodo pel moto pogressivo e circolare della ruota doveva descrivere una curva particolare, della quale studiò la natura. Roberval l'aiutò a risolvere le principali difficoltà di questo problema; e trovò che lo spazio della cicloide sta a quello del cerchio generatore come 3 sta ad 1. Descartes risolvette il problema delle tangenti, ed il famoso Wren, architetto di S. Paolo di Londra, trovò la rettificazione di questa curva che dimostrò essere il quadruplo del suo asse; e fu specialmente in questa proprietà che Huygens fondò la dimostrazione dell'isocronismo nella cicloide.

Si sa che il rapporto del diametro alla circonferenza è presso a poco come 7 a 22. Questo rapporto trovato da Archimede è abbastanza esatto per le operazioni comuni della stereotomia. Ciò posto, se il diametro AB, figura 4, è dato si dividerà in ventidue parti eguali, e sette se ne porteranno sull'asse da C in D; si descriverà su CD una circonferenza di cerchio della quale ciascuna metà si dividerà in 11 parti, che per ciò saranno eguali a quelle del diametro CD. Da ciascun punto di questa divisione si condurranno delle paralelle indefinite ad AB; quindi si prenderanno dieci parti sopra AB, che si porterranno

dal punto 10 della circonferenza del piccolo cerchio in *a*, poscia nove parti che si porteranno da 9 in *b*; otto parti che si porteranno da 8 in *c*; sette parti che si porteranno da 7 in *d*, e così di seguito. Marcati in questo modo i punti *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, si traccerà colla mano o con un regolo piegato una curva che sarà una metà di cicloide: è chiaro che si avrà l' altra parte operando in modo analogo. Conviene osservare che la cicloide non può servire che per un caso solo cioè quando l'altezza della volta è circa $\frac{1}{\pi}$ del diametro.

Tracciata questa curva, per impiegarla ad uso di volta bisogna indicare il modo di condurre perpendicolari ad essa, onde formare i tagli o le commessure dei peducci; e vi si giugnerà col mezzo delle tangenti. Sia dunque *g* un punto qualunque sul quale si deve segnare un taglio: si condurranno da esso e dall' estremità D dell' asse le linee *gm*, DG, paralelle ad AB, la prima delle quali taglierà il cerchio generatore nel punto 4. Sopra *gm* si prenderà la lunghezza *gn* eguale a 4 11 che si porterà da D in G; pei punti G e *g* si condurrà una linea indefinita che sarà tangente al punto *g*; e la perpendicolare *g*O sarà nello stesso tempo un segno del taglio ed una perpendicolare alla curva.

Della cassinoide.

La cassinoide differisce dall' ellissi delle sezioni coniche nell' avere i suoi fochi più vicini al centro, il che rende la curva più aperta alle estremità dell' asse maggiore; d' onde risulta che racchiude uno spazio maggiore dell' ellissi.

Si sa che una delle principali proprietà dell' ellissi è che la somma delle linee tirate dai fochi ad uno stesso punto della circonferenza è sempre eguale all' asse maggiore.

Nella cassinoide, figura 5, il prodotto di queste due linee, F*g* e *gf*, è pure eguale prodotto di AF × FB, o di B*f* × *f*A.

Questa curva non può servire come l'ellissi ad ogni specie di volta. La minore altezza CD è eguale a $\sqrt{\frac{BC^2}{3}}$, cioè a $\frac{2}{7}$ circa dell' asse maggiore AB. Quando quest' altezza è minore, la curva invece di formare un' ellissi fa al disotto una inflessione PEO che non può in verun modo convenire alla curvatura di una volta.

Per trovare la minore altezza di curvatura della cassinoide, si porterà il terzo di AC da C in 4; e sopra A4 come diametro si de-

scriverà una semicirconferenza di cerchio che taglierà in D la perpendicolare elevata sul mezzo di AB; CD sarà l'altezza cercata.

Per trovare i due fochi in questo caso, si porterà l'altezza CD da C in F, e da C in *f* sul diametro od asse maggiore AB.

Conoscendo i due fochi F, *f*, per avere quanti punti si vorranno della circonferenza di questa curva, converrà, dopo aver scelto un punto qualunque *b* fra C ed *f*, cercare una quarta proporzionale alle linee B*b*, BF, e B*f*. Si può trovare col calcolo questa quarta proporzionale moltiplicando BF per B*f* e dividendo il prodotto per B*b*, ed è il mezzo più sicuro; ma si può anche trovarla graficamente innalzando dal punto B una perpendicolare indefinita su cui si porterà B*h* eguale a B*f*; quindi si condurrà *hb*, alla quale si guiderà una paralella *fx* che darà la quarta proporzionale cercata B*x*.

Conoscendo B*b* e B*x*, dai punti F, *f*, come centri e coi raggi B*b* e B*x* si descriveranno le sezioni che s'incroceranno nei punti *g*, *g*, che saranno nella circonferenza della cassinoide. Prendendo quanti altri punti si vorranno fra C ed *f*, e ripetendo la stessa operazione che pel punto *b*, ognuno potrà dare quattro punti per una curva intera; cioè due sopra AB e due al di sotto; due punti per una semicassinoide, ed uno se trattasi di un quarto.

Se si porta la metà AC dell'asse maggiore in CH devesi osservare che più l'altezza dell'asse minore CD (come CG, figura 6), si appresserà a CH, più i due fochi F, *f*, si avvicineranno al centro C; in modo che quest'altezza, essendo divenuta eguale a CH, i due fochi si riuniranno in uno stesso punto C, e la curva diverrà una semicirconferenza del cerchio AHB.

Se il semiasse CD diviene maggiore di AC, sopra CD divenuto asse maggiore si troveranno i fochi; donde risulta che per una curvatura acuta conviene operare sull'asse verticale come abbiamo fatto sopra quello orizzontale per la curvatura schiacciata.

Per trovare i fochi, quando l'altezza è fra D ed H, figura 6, per esempio in G, converrà innalzare una perpendicolare indefinita dal punto A sulla quale si porterà il semidiametro AC da A in P; quindi si condurrà PG che segherà la semicirconferenza AHB in un punto N. Frezier pretende nel suo Trattato sul taglio delle pietre, che se da questo punto N si abbassa sul diametro AB una perpendicolare N*i*, il punto *i* sarà uno dei fochi; ma questo è un errore. Sembra d'al-

tronde che Frezier non abbia conosciuto bene questa curva mentre la propone per ogni altezza di curvatura.

Quando il punto G si trova fra D ed H, Ni non è eguale ad iG, nè si potrà avere l'equazione $Ai + iB = \overline{iG}^2$; dunque il punto i non può essere uno dei fochi. Questa proprietà non ha luogo che per la minore altezza CD, cioè quando si ha $CD = \sqrt{\frac{CB^2}{3}}$.

In ogni altro caso per trovare uno dei fochi, conviene, dopo aver abbassata la perpendicolare Ni, condurne un'altra Kt pel mezzo di NG, che taglierà AC in un punto t, il che darà tN eguale a tG. Ma siccome Nt non sarà perpendicolare ad AC non si avrà ancora la proprietà espressa dall'equazione di questa curva considerata come ellissi. Per trovare una linea che dia questa proprietà, converrà descrivere una linea Gm che faccia con GP un angolo PGm eguale ad tNt; il punto O in cui questa linea taglierà la semicirconferenza sarà quello da cui converrà abbassare una perpendicolare sopra AC, per determinare la posizione del foco; è chiaro che si avrà l'altro portando la distanza CF da C in f. Con questi due fochi si troveranno operando come è stato spiegato più sopra, tanti punti quanti se ne vorranno della cassinoide.

Per condurre una tangente a questa curva in un punto qualunque R, si condurrà per questo punto ed il foco F una linea retta indefinita sulla quale si porterà RS terza proporzionale tra RF ed Rf, cioè RS eguale a $\frac{RF \times RF}{Rf}$; avendo quindi condotta Sf, dal punto R le si condurrà una perpendicolare indefinita che sarà la tangente cercata. Così, conducendo dal punto R una parallela ad Sf, è evidente che sarà perpendicolare alla curva.

Si possono trovare graficamente la terza proporzionale RS, e la perpendicolare RT alla curva, portando Rf da R in M e conducendo pel punto M una parallela ad AB, che segherà Rf in V; portata quindi RV da R in S, si condurrà Sf, a cui se si conduce una parallela pel punto R, RT sarà perpendicolare alla curva.

Confronto dell'ellissi delle sezioni coniche colle due curve precedenti.

Per confrontare queste curve circa il loro uso nelle curvature delle volte, convenne scegliere il rapporto dei semiassi della cicloide, che non convengono che ad un caso solo, cioè quando il semiasse maggiore sta al minore come 11 a 7.

Sia il rettangolo AHCD, figura 7, nel quale sono inscritte tre curve;

1.° La cassinoide AGD,

2.° L'ellissi delle sezioni coniche AKD,

3.° La cicloide ALD.

Il ravvicinamento di queste tre curve fa vedere che la più aperta è la cassinoide, che la meno aperta è la cicloide; e che l'ellissi delle sezioni coniche, la quale è media fra esse, si avvicina nondimeno più alla cicloide che alla cassinoide.

Per far sentir meglio questo rapporto, ho imaginato un mezzo comune d'imitare queste tre curve con uno stesso numero d'archi di cerchio, i raggi dei quali indicano la maggiore o minor curvatura.

Per l'ellissi, dopo aver condotta la diagonale HC dal punto H, si descriverà un quarto di cerchio AE che taglierà la diagonale nel punto *m*. Si farà l'arco A*n* eguale all'arco E*m*, e pei punti H ed *n* si condurrà una linea segante il semiasse AC nel punto e, che sarà uno dei centri per imitar questa curva.

Si avrà l'altro portando A*e* da D in *g*, ed elevando sulla metà di *ge* una perpendicolare che incontrerà il semiasse CD prolungato in un punto M, che sarà il secondo centro. Avendo condotto pei due centri trovati la retta indefinita M*ep*, si descriverà dal centro *e* l'arco AP, e dal centro M l'arco PD che formeranno insieme l'imitazione di un quarto dell'ellissi.

Circa la cassinoide, si dividerà l'arco *mn* in tre parti eguali; dal punto H e dal punto 2 d'una di queste divisioni si condurrà una linea retta che taglierà il semiasse AC al punto *d*, che sarà uno dei centri per imitare questa curva. Si avrà l'altro col portare, come per l'ellissi, A*d* in D*i* ed elevando sulla metà di *di* una perpendicolare che taglierà l'asse CD prolungato in N, che sarà il secondo centro. Dopo aver condotta la retta N*dq*, per indicare la congiunzione degli archi, si descriverà dal punto *d* come centro l'arco A*q*, e dal punto N l'arco *q*D che formeranno insieme l'imitazione d'un quarto della cassinoide.

Per la cicloide si porterà il terzo dell'arco *mn* da *n* in 4 e si condurrà la retta H4 che incontrerà il semiasse AC in *b*, il quale sarà un punto di centro. Si avrà l'altro, portando A*b* da D in *r*, ed elevando sulla metà *f* di *br*, una perpendicolare che taglierà l'asse minore CD prolungato in *l*; questo punto sarà l'altro centro. Avendo

condotta pei due centri la retta indefinita *lbo* si traccerà la curva come qui presso.

La sensibile differenza che offrono queste curve fra loro, considerate come curvature di volte, influisce molto sulla loro solidità. La teoria d'accordo coll'esperienza prova che nelle volte schiacciate, più è curva l'arcatura del mezzo, minore è la sua spinta: così la curvatura A*q*D spinge molto più che quella APD, ed A*o*D meno di APD (1); d'onde risulta che se si ha in vista la solidità conviene scegliere una curvatura che si avvicini più alla cicloide che alla cassinoide. Nondimeno quest'ultima, che è più aperta, presenta in certi casi una forma più aggradevole che si accorda meglio coi piediritti a piombo; ma essa agisce con più forza ed esige una maggior grossezza di sostegni.

L'ellissi, la cui curvatura è media, unisce la solidità alla regolarità, e perciò dev'essere sempre preferita; tanto più che ha la proprietà di poter servire per tutte le altezze di volte, mentre la cassinoide ha dei limiti, e la cicloide non conviene che ad un caso solo.

Tuttavia dal processo da noi seguito per imitare queste curve risulta che si può avvicinare ad esse in tutti i casi, prendendo per determinare i centri sull'asse maggiore, Figura 7, de' punti come 2 e 4 situati al dissopra o al dissotto di *n* ad una distanza che non deve essere maggiore del terzo dell'arco *mn*. Il rapporto più conveniente è il quarto, allorchè l'altezza della curvatura CD non è minore del terzo del diametro AB; in caso che la curvatura sia più appianata, l'ellissi è la sola curva che possa convenire.

Delle curvature ad undici centri, le quali non sono imitazioni dell'ellissi.

La maniera di descrivere una curva composta di più di tre archi di cerchio, è un problema indeterminato che può avere un gran numero di soluzioni.

Non basta conoscere il diametro, l'altezza della curvatura, ed il numero degli archi di cui dev'essere formata; conviene inoltre sapere se questi archi debbono essere eguali, cioè di uno stesso numero di gradi benchè di raggi diversi, e se il numero di gradi di ciascun arco deve essere ineguale e in quale proporzione varii, come anche la lunghezza dei raggi.

(1) Questa teoria sarà sviluppata al Libro IX.

Noi cominceremo col dare il metodo di cui si è fatt' uso per descrivere la curvatura degli archi del ponte di Neuilly, che è formata da undici archi di cerchio, cioè per la semicurvatura rappresentata dalla figura 1 della Tavola XXI, sei archi che differiscono pel numero dei gradi e per la grandezza dei raggi.

Primo metodo.

Per descrivere questa curva che è più aperta dell' ellissi, dopo aver determinato il semidiametro AC a 60 piedi o metri 19 ½ e la lunghezza del raggio A*d* degli archi di origine ad un terzo di AC, si è diviso *d*C in quindici parti eguali, delle quali una si è data a *di*, due ad *ik*, tre a *kl*, quattro a *lm* e cinque ad *m*C; avendo quindi fissato CH al doppio di AC, si è diviso in cinque parti eguali, e dalle divisioni D, E, F, G, H, si sono condotte linee a quelle dell'orizzontale *d*C, abbastanza prolungate per servire a determinare la grandezza degli archi i cui centri sono dati dalle intersezioni di queste linee. Tali sono le rette D*d*I, E*i*K, F*k*L, G*l*M, ed H*m*N i cui punti d' intersezione *e*, *f*, *g*, *h*, hanno dato i centri degli archi intermedi. Così *d* è il centro dell' arco AI, *e* quello dell' arco IK, *f* dell' arco LK, *g* dell' arco LM, *h* di MN, ed H di NB.

Si può trovare col calcolo trigonometrico il valore in gradi di ciascuno di questi archi e la lunghezza dei raggi, considerando che l'angolo A*d*I è eguale a C*d*D, il che dà *d*C a CD come il raggio alla tangente dell' angolo cercato, che si troverà di 30 gradi e 58 minuti; del pari gli angoli I*e*K, E*e*D essendo eguali, daranno *i*C a CE come il raggio alla tangente della somma degli archi AI più IK, eguale a 52 gradi e 9 minuti, da cui levando l' arco precedente, rimangono 21 grado ed 11 minuti per l' arco cercato.

Gli angoli eguali K*f*L, E*f*F daranno *k*C a CF come il raggio alla tangente della somma degli archi AI + IK + KL, da cui levando la somma degli archi AI + IK, il residuo 13 gradi e 53 minuti sarà la misura del arco LK: collo stesso processo si troverà l' arco ML di gradi 9, minuti 55,

l' arco MN di gradi 7, minuti 42,

l' arco NB di gradi 6, minuti 21.

La somma di questi archi essendo di gradi 90, debbono formare

una semicurvatura che si unisce alle tangenti PB e PA, una delle quali è orizzontale e l'altra perpendicolare; così la curva che ne risulta soddisfa alle condizioni che d'ordinario si propone nel risolvere questo problema. Nondimeno bisogna osservare che gli archi da cui è formata sono ineguali, e non seguono veruna progressione regolare nella diminuzione, partendo dalle origini, il che deve nuocere alla uniformità della curvatura. Io sono d'opinione che sia miglior cosa l'adottare nella misura di questi archi un rapporto determinato.

Secondo metodo.

La figura 2 rappresenta una semicurvatura composta di sei archi la cui apertura va aumentando in progressione aritmetica dal mezzo della chiave fino all'origino; si è determinato il picciol raggio *Ad* col metodo da noi indicato alla pagina 53, perchè tal metodo conviene a tutti i rettangoli nei quali possono essere inscritte curve ellittiche. Così dopo aver condotta la diagonale PC e descritto il quarto di cerchio AQ si è fatto l'angolo AP*n* eguale all'angolo oPQ, ed il prolungamento della linea P*n* ha dato il punto *d* sul semidiametro AC, ed il punto H sull'asse BC prolungato. I due punti *d* ed H sono i centri dei due archi estremi. Per avere quelli degli altri quattro intermedi, si è condotta una paralella I*d* a PC, il che dà il primo arco AI di 27 gradi; quest'arco è il sesto termine di una progressione aritmetica di cui trattasi di trovare il primo termine e la differenza. Così, chiamando x questo primo termine, e d la differenza, si troverà $x = 3$ gradi, e la differenza $d = 4$ gradi e 48 minuti; così l'arco AI essendo di 27 gradi, IK sarà di 22 gradi e 12 minuti; KL di 17 gradi e 24 minuti, LM di 12 gradi e 36 minuti; MN di 7 gradi e 48 minuti, NB di 3 gradi, e il tutto insieme di gradi 90. Il valore di questi archi essendo conosciuto, dal punto C e col raggio CA si è descritto il quarto di cerchio AR, si è fatto VR eguale al quinto di quest'arco che dà 18 gradi. Quest'arco diviso in sei, dà *t*R di 3 gradi, che è il primo termine della progressiono aritmetica. Per avere la differenza si è diviso l'arco AV in quindici parti, il che dà *s*V per questo valore.

Avendo in seguito diviso DH pure in dieci parti, se ne sono date quattro a DE, tre ad EF, due ad FG ed una a GH.

Dal punto H, e con un raggio eguale a CR avendo descritto un arco, si è portato *t*R da 1 in 2, e si è condotta H2N, che forma con HB un angolo di 3 gradi.

Dal punto G, e col raggio CR si è descritto un secondo arco sul quale si è portata da 3 in 4 la misura dei due archi BN ed NM presi insieme (eguale a duo volte *t*R più una volta *s*V) e si è tirato G4M che forma con HB un angolo di 10 gradi e 48 minuti, e con GN uno di 7 gradi e 48 minuti.

Dal punto F si è descritto collo stesso raggio un terzo arco sul quale si è portata da 5 in 6 la misura dei tre archi BN, NM ed ML, che è eguale a tre volte *t*R e tre volte *s*V, e si è condotta F6L che forma con HB un angolo di 23 gradi e 24 minuti, e cou MG un angolo di 12 gradi e 36 minuti

Dal punto E si è descritto un quarto arco, sempre col raggio CR, su cui si è portata per la misura dei quattro archi NB, NM, MN ed LK, da 7 in 8, quattro volte *t*R e sei volte *s*V, e si è condotta E8K che fa cou HB un angolo di 40 gradi e 48 minuti, ed uno di 17 gradi e 24 minuti con MG.

I punti *h*, *g*, *f*, *e* ove queste linee si tagliano sono i centri dei quattro archi intermedi, che coi due estremi *d* ed H hanno servito per descrivere la curva di questa semicurvatura; cioè il punto *d* per l'arco AI, *e* per l'arco IK, *f* per l'arco KL, *g* per LM, *h* per MN, ed H per NB.

Per descrivere questi archi si può cominciare del picciolo AI o dall'arco BN; ma in tutti i casi conviene operare con tanto maggior precisioue per arrivare esattamente al punto B quando si parte dal punto A, o al punto A quando si parte dal punto B, quanto è maggiore il numero degli archi che compongono la curva. Questa osservazione è applicabile non solo alle quattro figure di questa tavola, ma in generale a tutte le curve di questo genere.

Terzo metodo.

La curva rappresentata dalla figura 3 è composta di undici archi eguali, cioè di uno stesso numero di gradi. Per descriverla si è cominciato dal determinare i centri *d* ed H nello stesso modo che nella figura precedente. Dopo aver condotto la diagonale del rettangolo PC, si è fatto l'angolo AP*d* eguale ad *o*PQ, e proluugato P*d* fino in H.

Si è quindi descritto dal punto C e col raggio AC un quarto di cerchio AB, di cui si è divisa la circonferenza in sei parti eguali.

Dal punto *d* si è elevata una perpendicolare fino all' incontro *q* del raggio C1, tirato dalla prima divisione del quarto di cerchio; da questo punto *q* si è condotta *qr* paralella a *d*C, che taglia nei punti 6, 7, 8, 9 i raggi tirati dalle divisioni 2, 3, 4, e 5 dello stesso quarto di cerchio.

Dopo aver portate le parti *q*6, 6 7, 7 8, 8 9, e 9 *r* da C in *m*, da *m* in *l*, da *l* in *k*, da *k* in *i*, e da *i* in *d*, da questi punti *d*, *i*, *k*, *l*, *m* e con un raggio eguale CA, si sono descritti archi di cerchio sui quali si è portato l'arco A1 di 15 gradi una volta da 10 in D,
due volte da 11 in E,
tre volte da 12 in F,
quattro volte da 13 in G,
e cinque volte da 14, in 15.

Finalmente, dai punti D*d*, E*i*, F*k*, G*l* ed H*m*, si sono condotte linee il cui prolungamento dà gli archi AI, IK, KL, LM, MN ed NB di uno stesso numero di gradi, cioè di 15. L'intersezione di queste linee dà inoltre come nelle figure precedenti i centri *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, ed H, per descrivere gli archi.

Noi abbiamo già detto che quando si vuole una curva più aperta dell' ellissi convien fare l'angolo AP*d*, che determina il primo centro, maggiore dell' angolo oPQ, in guisa però che la linea P*d* non passi a più di un terzo dall' arco *no*, al dissopra di *n*; ma la curva risultante, avvicinandosi più alla cassinoide produrrà maggior spinta.

Nella curva rappresentata dalla figura 1, che è quella degli archi del ponte di Neuilly, l'angolo AP*d* è maggiore dell' angolo oPQ per un quinto circa dell' arco *no*.

Se invece si vuole una curva meno aperta che l'ellissi, e che a guisa della cicloide abbia una spinta minore, si farà passare una linea P*d* che non deve allontanarsi sotto di *n* più di un quarto dell' arco *no*; così puossi solo col cangiare il primo centro *d*, descrivere coi mezzi da noi indicati, curve più o meno aperte.

Le intersezioni marcate *x* nelle figure 1, 2, 3 indicano punti della circonferenza dell' ellissi per far vedere quanto queste curve ne differiscono.

Quarto metodo per formare collo stesso numero d'archi di cerchio una imitazione di ellissi.

La figura 4 rappresenta una curva che ha il diametro e l'altezza eguali alle precedenti, ed è descritta col metodo da noi indicato alle pagine 40 41 e 42.

Si è diviso, come nel precedente esempio, il quarto di cerchio AR in sei parti eguali nei punti 1, 2, 3, 4, e 5 pei quali si sono condotte le paralelle ad RC.

Dal punto C e col raggio CB si è descritto un altro quarto di cerchio diviso esso pure in sei parti eguali nei punti 6, 7, 8, 9 e 10 pei quali si sono condotte paralelle ad AC che incontrano le prime nei punti I, K, L, M, N congiunte in seguito con linee che formano un poligono.

Sulla metà di ciascun lato di questo poligono si sono innalzate perpendicolari indefinite, alcune delle quali incontrano i semidiametri AC e BC prolungati, nei punti *d* ed H, ed altre si tagliano fra loro nei punti *e*, *f*, *g*, *h*, che sono i centri degli archi corrispondenti a ciascun lato del poligono; questi archi formano assieme una curva che differisce poco dall'ellissi.

Questo metodo facile è quello che produce la curvatura più uniforme; esso ha pure il vantaggio di formare in tutti i casi arcate la cui curvatura è più regolare, e di una forma più solida e piacevole.

OSSERVAZIONI

Dopo aver fatto conoscere tutto ciò che la scienza offre d'interessante per le curve proprie a formar volte schiacciate, è essenziale far conoscere che per le volte schiacciate la curvatura più solida è quella che è formata da un solo arco di cerchio, AGB, figura 8, della Tavola XX. Benchè gli angoli mistilinei che forma nelle sue unioni coi piediritti sieno sembrati difettosi in certi casi agli occhi degli architetti moderni, si vedono nondimeno nelle antiche costruzioni di Roma, e specialmente nelle terme, simili volte che non producono cattivo effetto: se ne vedono pure nelle navate minori di San Pietro di Roma, ornati di cassettoni e che non disadornano la bella architettura di questo monumento.

Delle volte acute.

Le volte acute, cioè quelle che sono più alte della metà del diametro hanno il vantaggio di spinger meno di quelle a tutto sesto e quindi meno delle volte schiacciate; nondimeno malgrado questo vantaggio, quando l'elevazione sorpassa il quarto del diametro, la curvatura produce un cattivo effetto, il che determina a non farne uso se non quando la forma deve cedere alla solidità.

È facile vedere che prendendo per semidiametro la metà del semiasse CD, figura 7, Tavola XX, e per altezza della volta il semiasse maggiore AC, tutto ciò che abbiamo detto delle tre curve precedenti rapporto alle curvature delle volte appianate, può applicarsi alle volte acute. In questo caso la cassinoide, che è una curva più aperta, produce ancora un migliore effetto per la forma che non nelle volte schiacciate; ma anche è meno solida, esige maggior spessore e spinge di più.

La cicloide produce volte più solide, che agiscono con isforzo minore; ma la sua curvatura troppo serrata rende la sua forma aucor più spiacevole che nelle volte schiacciate. Finalmente le volte acute che hanno solidità maggiore e meno spinta, sono quelle formate da due archi di cerchio AH, BH, figura 8, come le volte gotiche. Questa proprietà rende la curvatura di un grande soccorso per le impostature e in generale per tutte le costruzioni nascoste il cui oggetto è di unire la solidità alla leggerezza. Simili vantaggi fanno rammaricare di più vedendo che la forma di questi archi è divenuta un motivo sufficiente per proscriverli dalla moderna architettura. Gli architetti gotici hanno però ottenuto effetti i più pittoreschi e maestosi dall'uso di essi in una serie di combinazioni ingegnose e svariate. Noi faremo in seguito vedere che è la curvatura più conveniente alle volte a resta per la loro grande spinta quando sono a tutto sesto.

Delle curvature per gli archi rampanti.

Si adoprano questi archi per formare aperture sotto parti di costruzioni in declivio, come tetti e salite di scale. Si adoprano pure archi rampanti per puntellare i punti d'appoggio delle volte a resta.

La curvatura di queste volte è d'ordinario formata di due archi di cerchio di raggi diversi che si uniscono con tre tangenti, due delle quali formano i piedritti, e la terza che non è se non linea d'operazione, determina la sommità della curvatura; perciò è chiamata linea di sommità. Così i due archi di cerchio da descrivere debbono unirsi assieme sulla linea di sommità; e con quella dei piedritti all'altezza delle origini, determinate da una linea inclinata che si chiama linea di salita.

La linea della sommità e il punto di contatto della curvatura dell'arco su questa linea è quella che serve a determinare la linea di salita, la grandezza degli archi e la posizione dei loro centri.

Sia FG, figura 1, Tavola XXII, la linea di sommità, e T il punto di contatto, FAH e GBE la direzione dei piedritti; si determinerà la linea di salita che passa pei punti delle origini, portando FT da F in A, e TG da G in B: se si conduce AB essa sarà la linea di salita.

Per aver le curvature si tirerà dal punto T una perpendicolare indefinita ad FG, e due altre dai punti A e B alle direzioni dei piedritti; i punti *g* e C ove s'incontreranno saranno i centri per descrivere la curvatura; cioè C per l'arco AT e *g* per l'arco TB.

Questa operazione è fondata in una proprietà del cerchio dimostrata da Euclide, e in quasi tutti gli elementi della geometria, per la quale è provato che se da un punto preso fuori di un cerchio o da un arco di cerchio si conducono due tangenti, saranno sempre eguali.

Quando il punto T è preso nel mezzo della linea di sommità, Figura 2, la linea di salita si trova ad essa paralella, perchè allora TF essendo eguale a TG, GB deve trovarsi eguale ad FA. Ogniqualvolta il punto T non sia nel mezzo della linea di sommità, essa non sarà paralella alla linea di salita.

Quando è data la linea di salita, per trovare la linea di sommità di cui si conosce l'inclinazione, si tirerà ad una distanza qualunque da AB una linea *ef* che abbia la data inclinazione; quindi dai punti *ef* come centri, si descriveranno due archi di cerchio A*h*, B*k* fino all'incontro della supposta linea di sommità *ef*.

Se dai punti A*h*, B*k* si conducono linee prolungate indefinitamente, il punto T ove s'incontreranno indicherà il punto di contatto per cui

deve passare la linea di sommità; cioè al dissopra, se la linea supposta *ef* è troppo bassa, e al dissotto se è troppo alta, come vedesi nella figura 2.

Quando la linea di sommità deve essere a livello, se si conosce la linea di salita, si può determinare la posizione del punto di contatto sulla linea di sommità, descrivendo dal punto H, figura 5, il quarto di cerchio BL, che taglierà AH prolungata in L; dividendo quindi AL in due parti eguali nel punto G, si farà passare per esso una perpendicolare indefinita, sulla quale si porterà la grandezza GA da G in D: questo punto sarà quello di contatto per cui dovrà passare la linea di sommità EF. Conducendo dal punto B una perpendicolare a BH essa incontrerà DG in un punto I, che sarà centro dell' arco piccolo DB, e G quello dell' arco maggiore AD.

È necessario osservare che impiegando più di due archi di cerchio, si possono formare archi rampanti, qualunque sia la posizione e la distanza della linea di sommità rapporto a quella di salita. Ecco quale ne è il mezzo, e non si trova in nessun autore.

Sieno le figure 3, 4, 6 e 7 nelle quali le linee di sommità *ef*, sono situate troppo alte o troppo basse perchè gli archi rampanti possano essere descritti con due archi di cerchio: descritti dai punti *e* ed *f* gli archi B*h* ed A*k*, se la linea di sommità è troppo elevata, come nelle figure 3 e 6, si porterà la distanza *hk* da G in L, e dal punto L come centro, si descriverà l' arco R*dm*; ed avendo portato *d*L da B in *o*, dal punto *o* se ne descriverà un altro che intersecherà il primo in *m*: fatto *mn* eguale a *dm*, si tirerà *no*, che taglierà *d*L in *i*, e da questo punto come centro, si descriverà l' arco *dn* in unione dei due primi.

Si porterà quindi *d*L da A in P, e dopo aver condotta PL si farà passare pel suo mezzo una perpendicolare che incontrerà AG prolungata in Q; condotta QLR, si descriverà dal punto Q l' arco AR.

Se la linea di sommità è sotto il punto D, come nelle figure 4 e 7, dopo aver descritti gli archi B*h* ed A*k*, si porterà l' intervallo *hk* da G in L, sotto AH, e dal punto L come centro, si descriverà l' arco indefinito R*dm*, e il resto come abbiamo spiegato per le altre.

Per dare maggior regolarità alla curvatura degli archi rampanti si può anche comporla di un certo numero d' archi di cerchio di uno stesso numero di gradi, i raggi dei quali decrescano di una stessa quantità.

Sia DA, figura 8, la larghezza della curvatura fra i piediritti che noi supponiamo paralelli, e BA la linea di salita; se si vuol formare questa curvatura di sei archi eguali, si descriverà sopra DB, che indica l'altezza della salita, una semicirconferenza di cerchio che dividerassi in sei parti eguali; si tirerà una delle corde 2 3, che sarà il lato del poligono inscritto, alla quale condurassi una paralella tangente all' arco e terminata dai due raggi, per avere il lato del poligono circoscritto: si porterà sei volte questo lato da D in E per avere lo sviluppo de' sei lati; si dividerà quindi AE in due parti eguali nel punto C, pel quale si eleverà una perpendicolare *Cd*; si porterà da C in 1, e da *d* in 6 la metà d' un lato del poligono circoscritto, e dal punto 1 la linea 1*b* che faccia con 1A un angolo di 30 gradi, in modo che l'arco A*b* sià eguale alla sesta parte della semicirconferenza A*bm*E. Su questa linea si porterà da 1 in 2, una delle divisioni 1, 2, eguale al lato del poligono circoscritto; e dal punto 2, si condurrà una seconda linea che faccia con 2*b* un angolo di 30 gradi, descrivendo dal punto 2 con un raggio eguale ad 1A, un arco 7, 8, eguale a *b*A.

Portando del pari da 2 in 3 un'altra parte, si condurrà dal punto 3 una linea che faccia anch' essa colla precedente un arco di 30 gradi, descrivendo dal punto 3 con un raggio eguale ad 1A un arco 9, 10, eguale a *b*A, e così di seguito come si vede indicato nella figura. Si potrebbero avere queste linee descrivendo su *Cd* come diametro, una semicirconferenza di cerchio a cui si circoscrivesse un poligono di sei lati; ma questa operazione a causa della picciolezza dei lati che si dovrebbero prolungare, non sarebbe così esatta. Questa curvatura è più piacevole di tutte quelle che abbiamo descritte, ed anche dell'ellissi.

Si possono ancora formare le curvature degli archi rampanti con semiellissi, prendendo la linea di salita AB, e la DCR che passa pel punto di contatto, come due diametri coniugati, figura 9: queste semiellissi saranno facili da descrivere se si conoscono i due assi: Per trovarli, dall' estremità D del diametro minore DCR, si abbasserà sull' altro AB una perpendicolare DE che si prolungherà indefinitamente verso M; quindi si porterà il semidiametro AC da D in M, e si condurrà MC che divideràssi in due parti eguali nel punto N. Dai punti N e D condotta una retta indefinita, fatto centro in N e col raggio NC, si descriverà un arco che taglierà la linea ND prolungata in G, che sarà un punto dell'asse maggiore, la direzione del quale avrassi conducendo da questo punto al centro C la retta *f*CG.

Se si porta ND da N in S, CS sarà eguale alla metà dell'asse maggiore, che si porterà da C in K e da C in L. Facendo quindi passare pel centro C una perpendicolare all'asse maggiore KL, essa indicherà l'asse minore di cui avrassi la lunghezza portando la grandezza DG da C in H e da C in I. Conoscendo i due assi si descriverà l'ellissi come abbiamo di sopra indicato.

Quando la tangente che deve formare la linea di sommità di un arco rampante non è paralella alla linea di salita, figura 10, si determina il punto di contatto con una ellissi, portando B*m* da *m* in *g*, e tirando A*g*, che taglierà la linea di sommità in un punto T, che sarà il punto cercato. Se si conduce TV paralella a B*m*, sarà un'ordinata al diametro AB.

Per trovare l'altro diametro coniugato CD bisogna elevare dal mezzo C di AB, una perpendicolare C*d* eguale a CB alla quale si condurrà una paralella pel punto V ed un'altra a CD; descritto quindi l'arco *d*B, dal punto *b* ove taglierà V*e*, si tirerà *b*T alla quale si condurrà la paralella *eh* esprimente la grandezza del semidiametro CD coniugato ad AB. Si avrà la sua posizione conducendo dal centro C una paralella a TV, e la sua lunghezza portando V*h* da C in D e da C in R.

Conoscendo i due diametri coniugati, si cercheranno i due assi operando come per la figura precedente, e si descriverà col mezzo di questi due assi, l'ellissi o la semiellissi che deve formare l'arco rampante in tutti i casi in cui le linee di salita e di sommità prolungate potranno incontrarsi in un punto, come si vede in X in questa figura.

Si può fare a meno di cercare gli assi per descrivere un'ellissi di cui si conoscono due diametri coniugati ACB, DCE, figura 11; dopo aver condotta pel punto D la linea DT paralella ad AB, e pel punto C la perpendicolare CK che incontrerà DT nel punto K, si prolungherà questa linea verso F; quindi dal punto C come centro e col raggio CK si descriverà il quarto di cerchio IIK, e col semidiametro CB per raggio, un altro quarto di cerchio BF, si divideranno questi due quarti in uno stesso numero di parti eguali: da ognuna di queste divisioni segnate 1, 2, 3, nell'uno e nell'altro cerchio, si condurranno paralelle al diametro AB, indicate da *aa*, *bb*, *cc*, ed 1L, 2M, 3N. Dai punti di divisione 1, 2, 3, del quarto di cerchio FB, si condur-

ranno le paralelle ad FC che per conseguenza saranno perpendicolari ad AB, e taglieranno questo diametro nei punti *g*, *h*, *k*, pei quali si condurranno delle paralelle a CD. L'incontro di queste linee colle paralelle *aa*, *bb*, *cc*, indicherà punti della semicirconferenza dell'ellissi, colla guida delle quali si traccerà con un regolo curvo.

Si troveranno i punti dell'altra metà prolungando le paralelle a CD dall'altra parte del diametro AB e facendo questi prolungamenti eguali alla loro parte corrispondente.

Si può cangiare una semicirconferenza di cerchio in un arco rampante con mezzi molto più facili e che danno del pari una semiellissi.

Descritta una semicirconferenza di cerchio AHB, figura 12, il cui diametro sia eguale alla larghezza dell'arco rampante, si dividerà con linee paralelle al diametro AB; si traccerà fra le paralelle A*a*, B*b*, la linea di salita *ab*; e dopo aver fatta *ch* eguale a CH, si porterà sopra le divisioni del semicerchio e si descriveranno le paralelle alla linea di salita sulle quali si porteranno le larghezze OR ed RO, in *or*, e *ro*; quelle IG e GI, sopra *ig*, e *gi*; DE ed EF, sopra *de* ed *ef*. Per tutte le estremità di queste linee si descriverà una curva rampante che sarà una semiellissi.

Si ottiene lo stesso risultato dividendo il cerchio colle perpendicolari al diametro, figura 13; e facendo *de*, *fg*, *hi*, *kl*, *mn*, eguali a DE, FG, HI, KL, MN.

Con questi semplici mezzi si può non solo trasformare una semicirconferenza di cerchio in arco rampante, ma anche tutte le specie di curve.

CAPO SECONDO

DELLE CURVE APERTE

Si danno circostanze nelle quali si può far uso, per le curvature delle volte acute o schiacciate, di curve aperte come sono la parabola l'iperbola e la catenaria. Le due prime vengono talora necessitate dalla penetrazione o dall' incontro delle volte coniche e la terza da ragioni di solidità, come nella cupola di Santa Genoveffa, il che vedrassi nel Libro nono.

Della parabola.

Questa curva è prodotta dalla sezione d'un cono paralells ad un lato, figura 9, Tavola XX. I geometri greci l' hanno così chiamata dalla parola παραβολή, perfetto rapporto, eguaglianza, per una delle sue principali proprietà che in tutti i casi dà il quadrato delle sue ordinate eguale al prodotto delle ascisse corrispondenti pel parametro.

Ecco la maniera più facile di descrivere questa curva quando si conosce l' asse CD che indica l' altezza di curvatura, e la doppia ordinata ACB che determina la sua larghezza o il diametro al punto di origine.

Si dividerà l' asse CD e ciascuna delle sue ordinate CA, CB, in uno stesso numero di parti eguali, per esempio in quattro: pei punti di divisione di queste ordinate, si condurranno tante paralelle indefinite all' asse; quindi pel lato DB si tirerà dal punto A per tutti i punti di divisione dell' asse tante linee rette, che prolungate taglieranno le paralelle condotte dalle divisioni di CD, cioè A1 in *a*, A2 in *b*, A3 in *c*: i punti *a*, *b*, *c*, saranno punti della parabola pei quali e pei punti D, B, si farà passare colla mano o con un regolo piegato una curva che sarà una semiparabola.

È evidente che operando dal punto B come si è fatto pel punto A, si determineranno, sulle paralelle condotte dai punti di divisione dell' ordinata CA, i punti *d*, e ed *f*, dell' altra metà della parabola.

Ma si può prescindere da questa operazione in causa della simmetria della curva, portando $3c$ da 1 in f, $2b$ da 2 in e, ed $1a$ da 3 in d.

Per condurre perpendicolari a questa curva conviene conoscere il suo parametro, che è una terza proporzionale fra CD e CA.

Perciò, avendo condotta AD, s'innalzerà sul mezzo di questa linea una perpendicolare indefinita che taglierà l'asse CD nel punto E; dal quale come centro, e col raggio ED, si descriverà la semicirconferenza DAL, che incontrerà l'asse CD prolungato in L: CL sarà il parametro.

Conoscendo il parametro, per elevare una perpendicolare a questa curva da un punto qualunque M, si condurrà da questo punto MP una paralella a BC, e si porterà la metà del parametro CL da P in N; si condurrà quindi NMO che sarà la perpendicolare cercata.

Dell' iperbola.

Se s'imaginano due coni retti eguali, figura 1, Tavola XXIII, in uno stesso asse IH, e segati da un piano MmNn paralello a quest'asse o situato in modo da poterli tagliare, le sezioni MAN, *man*, che ne risulteranno, saranno iperbole. Questa parola viene dal greco ὑπερβολή che significa eccesso. Gli antichi geometri le hanno dato questo nome perchè in tal curva il quadrato di una ordinata qualunque PM o *pm* è maggiore del prodotto del parametro nella parte AP od *ap* mentre è eguale nella parabola e minore nell'ellissi. Le denominazioni di parabola, d'iperbola e d'ellissi si attribuiscono ad Apollonio, chiamato il gran geometra, il quale ha voluto con questi nomi indicare l'eguaglianza nella parabola, il difetto nell'ellissi e l'eccesso nell'iperbola.

Invece di due coni opposti i geometri talvolta ne suppongono quattro, figura 2, che si uniscono immediatamente secondo le linee EH, DG; e gli assi che gli uniscono a due a due formano due linee rette IK LM che s'incrociano nel centro C in uno stesso piano.

Per farsi un'idea di questa disposizione conviene imaginare due coni interi ECG, GCH, i cui angoli al vertice presi nel piano dei loro assi sieno supplementi l'uno dell'altro; cioè che il valore di questi angoli presi assieme sia di 180 gradi, o di 2 angoli retti. Se ciascun cono si taglia in due parti eguali con piani che passano per l'asse, ne risulteranno quattro semi-coni, i quali poggiando sulla loro

superficie piana e triangolare, disposti in modo che le metà di uno stesso cono siano opposte, come ECG a DCH, e DCE a GCH, esse comporranno insieme un paralellogrammo od un rettangolo EDHG le cui diagonali EH, DG saranno formate dai lati dei semi-coni. Se s'immagina che questi semi-coni così disposti sieno tagliati da un piano paralello a quello su cui poggiano, ne risulteranno quattro iperbole che i geometri chiamano coniugate. *Aa* sarà l'asse maggiore delle due iperbole opposte M*Am*, *Nan*, e B*b* l'asse minore; ma se si considerano le altre due iperbole QB*q*, R*br*, allora B*b* diviene l'asse maggiore ed *Aa* il minore.

Le diagonali ECH, DCG che rappresentano i lati dei coni sono chiamate assintoti, motto che viene dal greco, e che vuol dire che non può essere toccato, perchè questa curva si avvicina all'infinito e continuamente a queste linee senza poterle incontrare. Il punto C ove s'incrociano gli assi e gli assintoti è chiamato centro.

Quando gli assi *Aa* e B*b* sono eguali, gli assintoti che s'incrociano al centro formano angoli retti, e le quattro iperbole sono chiamate equilatere o circolari, figura 3; perchè se dal centro C si descrive un cerchio, toccherà le sommità delle quattro iperbole che saranno simili; ma se gli angoli sono ineguali non può essere che una ellissi; perciò si distinguono talvolta sotto nome d'iperbole ellittiche.

Le iperbole hanno un foco come la parabola; si trova portando A*b* eguale a C*f* da C in F e in F', o in *f* ed *f'*; in guisa che i fochi delle quattro iperbole coniugate od ellittiche sono ad una stessa distanza del centro C.

La proprietà dei fochi è che se si tira da un punto qualunque di una iperbola circolare od ellittica una linea OF al suo foco e un altra OF' al foco dell'iperbola opposta situata sullo stesso asse, la differenza di queste due linee sarà sempre eguale all'asse sul cui prolungamento si trovano i fochi. Così si avrà $Of' - Of = Bb$, e $OF' - OF = Aa$.

Questa proprietà fornisce un mezzo facile di descrivere una o due iperbole opposte.

Conoscendo l'asse *Aa* ed i due fochi F*f* delle due iperbole opposte, figura 4, per descriverle con più punti conviene prima marcare sopra una linea indefinita EG, figura 4 *bis*, la parte EH eguale ad *Aa*; quindi dai fochi F*f* con un raggio maggiore di A*f* od *a*F si descrive-

ranno gli archi indefiniti *e*, *e*; si porterà il raggio che ha servito a descrivere questi archi sulla linea EG da E in 1, e si prenderà la differenza H1 colla quale dagli stessi fochi si faranno delle sezioni seganti i primi archi nei punti 1 ed 1, i quali saranno punti delle iperbole. Si avrà un secondo punto portando sopra EG la parte E2 colla quale si descriveranno i fochi degli archi che s' incroceranno come sopra, prendendo la parte H2 per raggio delle sezioni descritte dagli stessi fochi.

Operando similmente si avranno tanti punti 3, 4, delle iperbole quanti si crederanno a proposito, pei quali con un regolo incavato si tracceranno queste curve.

Si può anche descrivere l'iperbola con un movimento continuo, figura 4, col mezzo di un regolo FH avente un' estremità fissa in uno dei fochi con una punta attorno, la quale possa girare, e con un filo o cordone meno lungo di questo regolo, attaccato con un capo alla estremità H del regolo e coll' altra al foco *f* dell' iperbola che si vuol descrivere.

Quando è fissata la sommità *a* è necessario che trovandosi il regolo sull' asse F*f*, la lunghezza del cordone sia tale che mettendovi una punta per tenderlo, la piegatura cada sul punto *a*. Allora facendo muovere il regolo attorno il punto F, nello stesso tempo che si tiene la punta aderente al regolo per far tendere il cordone, essa descriverà la curva M*a*G che sarà un' iperbola. Mettendo un altro regolo in senso contrario si descriverà l' iperbola opposta, come si vede nella figura 4.

Aggiugneremo qui a quanto abbiamo detto parlando dell' ellissi, che tutti i mezzi meccanici imaginati per descrivere le sezioni coniche, sono inferiori, in quanto alla precisione, a quelli di descriverle con più punti.

Per condurre le tangenti e le perpendicolari ad una iperbola di cui si conoscono gli assintoti CE, CG, figura 4, conviene dai punti M ed *m* in cui devono incontrare la curva, condurre le paralelle MH, *mh* agli assintoti CE, CG, e prendere le parti HD ed *hd* eguali ad HC ed *h*C; le linee tirate dai punti D e *d* ai punti M ed *m* saranno tangenti, alle quali elevando le perpendicolari MP ed *mp* esse lo saranno anche all' iperbola.

Noi ci siamo alquanto estesi sulle iperbole e sulle linee che ser-

vono alla descrizione di esse perchè i geometri che ne hanno parlato trattando delle sezioni coniche, si sono piuttosto occupati delle proprietà analitiche e geometriche di esse che di questo oggetto essenziale alle arti e specialmente alla parte che noi trattiamo.

Della catenaria.

Chiamasi catenaria la curva ACB, figura 5, formata da una catena composta di anelli eguali e sospesa per le estremità a due punti meno distanti che la lunghezza della catena, in guisa che la sommità C di questa curva è sotto il punto di sospensione.

Molti matematici hanno dimostrato che questa curva rialzata è così vantaggiosa per formare la curvatura delle volte, che le pietre o peducci che le compongono potrebbero sostenersi senza soccorso di alcuna malta, gesso o cemento, benchè a commessure esattamente pulite; ed anche sostituendo tante palle ai peducci, il che sembra più straordinario, purchè i punti di contatto sieno nella direzione di questa curva.

Per assicurarmi di questa proprietà io ho voluto fare una sperienza con palle di pietra di Tonnerre, di un pollice e mezzo di diametro. Sopra una tavola avente un margine al fondo ho descritto una catenaria sulla quale ho disposto quindici di queste palle, figura 6, in modo che il loro punto di contatto si trovava su questa curva. Dopo molti tentativi inutili, immaginai di formare la curvatura su cui dovevano essere collocate, onde giugnere più facilmente al mio scopo. Questa curvatura era composta di tre pezzi che potevano ritirarsi senza sconcertare le palle, delle quali le due prime erano ferme. Collocai queste palle sul piano inclinato per 45 gradi, e dopo aver levata la centinatura, innalzai dolcemente la tavola fino ad essere verticale: in più di trenta volte che ho ripetuto l'esperienza sono giunto a drizzare il piano due volte senza scomporre le palle; ma basta una per provare questa proprietà indipendentemente dalla teoria.

Sembra che un vantaggio così grande avrebbe dovuto impegnare gli architetti e gl'ingegneri a far uso di questa curva per la curvatura delle volte; ma la difficoltà di tracciarla, e gli angoli che forma coi piediritti a piombo fanno preferire curve più piacevoli e più facili a descriversi. Nondimeno in più circostanze si può impiegare util-

mente per le grandi opere in cui la solidità dev' essere preferita alla eleganza delle forme. Per le volte acute, la cui altezza non oltrepassa il diametro, la catenaria è meno spiacevole che la parabola e gli archi gotici, ed anche più dell'ellissi, soprattutto quando la piegatura dell' origine è nascosta sotto una cornice.

Questa curva può essere utilmente impiegata per formare la curvatura degli archi di un diametro grandissimo o che hanno un gran peso da sostenere. Io me ne sono servito con buon successo per le grandi arcate che sostengouo il colonnato circolare della cupola della chiesa di Santa Genoveffa e per la gran volta fra le due cupole, che sostiene l' acroterio e la lanterna: se ne tratterà alla quinta Sezione di questo Libro.

Prima maniera di descrivere la catenaria.

Conviene procurarsi una catena di metallo ben fatta e di anelli eguali e mobili; si sceglierà quindi un muro a piombo e d'intonaco ben retto; vi si descriverà una linea orizzontale indefinita sulla quale si marcherà la larghezza AB, figura 5, Tavola XXIII, che deve avere la curvatura alla sua origine; sulla metà di AB si abbasserà una perpendicolare, o verticale, per marcarvi l' altezza della curvatura da D in C: ciò fatto, avendo fermata una estremità della catena al punto A si farà scorrere lungo l' altro B, finchè il mezzo arrivi nel punto C; fissata la catena in questa posizione con due chiodi situati nei punti A e B, formerà la catenaria che conviene a questo caso particolare. Sarà lo stesso per ogni altro caso.

Per avere il suo contorno sul muro si marcheranno de' punti più esattamente che sia possibile, quindi si traccerà la curva con un regolo piegato concordante coi detti punti; questa curva sarà l' arcatura cercata, ma avrà una posizione al rovescio.

Altro modo di descrivere la catenaria con molti punti.

Siccome può avvenire che non si abbia a propria disposizione una catena abbastanza ben fatta per descrivere questa curva colla precisione conveniente, noi daremo un metodo facile per trovare geometricamente quanti punti si vorranno di questa curva.

Conoscendo la larghezza AB, figura 7, e l'altezza CD che deve avere la curvatura che si vuol formare, dal punto D si condurrà una perpendicolare indefinita all'asse CD; si porterà quindi il semidiametro AC sull'asse da C in E, e fatto centro in E, col raggio CE si descriverà una semicirconferenza di cerchio che segherà in F la perpendicolare condotta dalla sommità D: la parte DF sarà il parametro della curva che si porterà da D in G; pel punto G si condurrà una paralella a DF, e due altre all'asse, dai punti A e B, che incontreranno la prima nei punti H ed I.

Dal punto G come centro, e col raggio GC si descriverà un arco di cerchio che taglierà DF prolungato in L, e si descriverà la retta LG.

Dal punto L come centro, e col raggio LD si descriverà un altro arco che taglierà LG in N: portata NG da I in K, sopra IB, si cercherà una media proporzionale fra IK e GD che si porterà da *e* in *n* sopra una paralella all'asse tirata dal mezzo di GI: si cercherà quindi una terza proporzionale fra le linee *en* e DG, che si porterà da *b* in *h*, sopra una paralella all'asse condotta dalla metà di HG: la curva che passerà pei punti K, *n*, D, *h*, che chiamasi logaritmica, serve a trovare i punti della catenaria.

È evidente che si troveranno quanti punti si vogliano della logaritmica, cercando delle medie e terze proporzionali alle linee già trovate, che si metteranno paralelle all'asse ed equidistanti.

Per avere i punti corrispondenti della catenaria si prenderà la metà dalla somma delle medie e delle terze proporzionali situate ad una eguale distanza dall'asse, come *en* e *bh*, che si porteranno sulle stesse linee da *e* in *q* e da *b* in *t*: i punti *q*, *t* apparterranno alla catenaria.

Si possono facilmente trovare col calcolo le medie e le terze proporzionali, ed è il metodo più sicuro: questo è il modo da noi seguito per descrivere le curvature dei grandi archi e della cupola intermedia di Santa Genoveffa, che abbiamo testè citata.

Per facilitare questo calcolo per quelli che volessero adoperarlo per una maggior precisione nel descrivere questa curva, indicheremo le operazioni, supponendo che si conosca il diametro AB della curvatura e la sua altezza CD, figura 7.

Per trovare il parametro DF eguale a DG, si osserverà che CP essendo eguale ad AB, sottraendone CD, si avrà il valore di DP; e

siccome DF è media proporzionale fra DP e DC, si avrà il suo valore prendendo la radice quadrata del prodotto di DP per DC, cioè si avrà $DF = \sqrt{DP \times DC}$.

Conoscendo DF = DG, si troverà CG = CD + DG = LG.

Il triangolo LDG essendo rettangolo, si avrà $DL = \sqrt{\overline{LG}^2 - \overline{DG}^2}$, e levando DL da LG, si avrà la differenza NG = IK.

Per le medie proporzionali si avrà

$$en = \sqrt{IK \times DG},$$
$$of = \sqrt{en \times IK},$$
$$dm = \sqrt{DG \times en}.$$

Per le terze proporzionali si avrà

$$ci = \frac{\overline{DG}^2}{md},$$
$$bh = \frac{\overline{DG}^2}{en},$$
$$ag = \frac{\overline{DG}^2}{of}.$$

Queste linee saranno le ordinate per descrivere la curva logaritmica.

Si troveranno quelle della catenaria, per esempio,

$$au \text{ ed } fr = \frac{of + ag}{2},$$
$$bt \text{ ed } eq = \frac{en + bh}{2},$$
$$dp \text{ e } cs = \frac{dm + ci}{2},$$

col mezzo delle quali si descriverà questa curva.

Si possono anche trovare geometricamente: così per avere la media proporzionale *en*, fra IK e GD, si porterà sopra una stessa linea retta ciascuna di queste grandezze, una da G in D e l'altra da G in K, figura 8.

Pel punto G si farà passare una perpendicolare indefinita, e divisa KD in due parti eguali nel punto C, da questo punto come centro, e col raggio CK si descriverà una semicirconferenza di cerchio che segherà la perpendicolare condotta dal punto G in O; GO sarà la media proporzionale cercata che si porterà da *e* in *n*, figura 7.

Per trovare la terza proporzionale *bh*, situata dall'altra parte dell'asse ad eguale distanza, si prolungherà indefinitamente la linea GO, figura 8, e condotta DO, si eleverà sulla sua metà una perpendicolare

che segherà OG prolungato in B: da questo punto come centro, e col raggio BO, si descriverà un'altra semicirconferenza che segherà OGB prolungata in H; la parte GH sarà la terza proporzionale cercata che si porterà da *b* in *h*, figura 7. Ma se si osserva che BH, eguale a BO, rappresenta la semisomma della media e della terza proporzionale *en* e *bh*, si vedrà che BH deve essere eguale ad *eq* o a *bt*, che esprime la distanza dei punti *t* e *q* della catenaria alla linea HI; d'onde risulta che si può prescindere dal descrivere la curva logaritmica, portando BH della figura 8, da *e* in *q*, e da *b* in *t*, figura 7.

Modo di ottenere le perpendicolari alla catenaria per formare i tagli dei peducci.

Quando il diametro delle volte ha più di 5 o 6 metri e che la loro grossezza non è considerevole, i preparatori si contentano di prendere sulla curva due punti poco distanti da quello ove dee passare la perpendicolare, ed operano come se la parte di curva compresa fra questi due punti fosse un arco di cerchio, il che non produce un errore sensibile. Ma siccome può avvenire il caso di aver bisogno di una maggior precisione, ecco un metodo per condurre geometricamente le tangenti e le perpendicolari a questa curva.

Per un punto dato condurre una tangente alla catenaria.

In qualunque modo sia stata descritta questa curva, converrà prendere il suo sviluppo dal punto dato *u*, figura 7, fino alla sommità D, ed estenderlo in linea retta sulla perpendicolare che passa per l'estremità dell'asse da D in T: dal punto *u*, condotta una paralella a DT che incontri l'asse nel punto *x*, si tirerà T*x*, sul mezzo della quale si eleverà una perpendicolare che segherà l'asse in V; condotta TV, e pel punto *u* condotta una paralella *ua* all'asse, si farà l'angolo *auy* eguale a DTV; la linea *uy* sarà tangente al punto *u* della catenaria. Se da questo punto si eleva una perpendicolare *uz* a questa tangente essa lo sarà anche alla curva, e indicherà la direzione della commessura che passa per questo punto.

NB. *Tutte le giunte a questa Sezione si porranno al termine del presente Libro, comprendendovi anche i problemi stereotomici di Bordoni ed altre proposizioni tratte dalle Proiezioni Grafiche del Tramontini.*

SEZIONE SECONDA

CAPO PRIMO

DELLE PROIEZIONI

Nell'Arte di Edificare chiamasi sviluppo *(épure)* (1) le diverse proiezioni coll'aiuto delle quali si perviene a rendersi conto in tutti i sensi delle misure e delle forme di una parte d'un edificio. L'arte di dettagliare è la più essenziale nel taglio delle pietre; consiste essa nell'esprimere con linee tutto ciò che è necessario per lo sviluppo delle parti di una volta, di una scala, ecc.

Uno sviluppo non presenta all'occhio di chi non è esercitato in quest'arte, che un aggregato confuso di linee fra le quali è difficile riconoscere l'oggetto per cui è stato fatto; perchè sovente la pianta, l'elevazione ed il profilo di quest'oggetto si trovano uniti e confusi con una moltitudine di linee d'operazione.

Quest'arte, che è fondata nella geometria, era conosciuta dagli antichi architetti Greci e Romani. Vitruvio ne fa menzione nel suo Trattato di Architettura al Capo I del primo Libro, ove definisce la parola architettura, ed enumera le cognizioni che abbraccia. Ecco come si esprime: » La geometria poi (2) è di molto sussidio all'ar-
» chitettura, specialmente perchè insegna l'uso della riga e del compas-
» so, per cui massimamente nei piani con più facilità si fanno i dise-
» gni degli edifizi e le direzioni delle squadre, dei livelli e delle linee. »

Per ben intendere il modo di tracciare geometricamente le proiezioni o sviluppi di ogni sorta d'oggetti, conviene osservare, 1.° che i solidi non si vedono che dalle faccie apparenti; 2.° che le superficie

(1) *Vedi la nota alla fine del libro.*

(2) Geometria autem plura præsidia præstat architecturæ, et primum enthygrammi et circini tradit usum, e quo maxime facilius ædificiorum in areis expediuntur descriptiones, normarumque et librationum et linearum directiones.

che inviluppano i corpi sono di due specie, cioè piane e curve. I corpi formati da esse possono essere divisi in tre classi; la prima comprende quelli rinchiusi da superficie piane, come i prismi, le piramidi e in generale le pietre di taglio di cui sono formate le costruzioni a pareti piane; la seconda quelli limitati da superficie altre rette ed altre a semplici curvature, come i cilindri e i coni, o i tronchi di cilindri e di coni, o i peducci che compongono le volte. Nella terza classe si trovano i solidi terminati da una sola o più superficie a doppia curvatura, come la sfera, gli sferoidi ed i peducci che servono a formare le volte di questo genere.

Prima classe—Solidi a superficie piane.

Le superficie piane che terminano questi solidi formano al loro incontro angoli e spigoli che possono essere rappresentati da linee rette.

Rapporto ai solidi si distinguono tre specie d'angoli, cioè gli angoli piani, gli angoli solidi, gli angoli dei piani. I primi sono formati dall'incontro delle linee che terminano le faccie di un solido; i secondi risultano dall'aggregato di molte faccie i cui spigoli si uniscono in un sol punto formante la sommità dell'angolo: così un angolo solido è composto di tanti angoli piani quante sono le faccie che si uniscono in questo punto; ma conviene osservare che il numero di essi non può essere meno di tre.

L'angolo dei piani, di cui si parlerà nel Capo III, è quello formato dall'incontro di due faccie di un solido.

Un cubo chiuso da sei faccie quadrate eguali, comprende 12 spigoli in linee rette, 24 angoli piani ed 8 angoli solidi.

Le piramidi sono solidi che possono aver per base ogni sorta di poligoni, e le cui faccie sono triangoli che si uniscono alla sommità in un sol punto ove formano un angolo solido.

I prismi possono, egualmente che le piramidi, aver per base ogni specie di poligoni; ma le faccie che partono dalla base sono paralellogrammi invece di triangoli: s'innalzano esse paralellamente in modo che questi prismi hanno dovunque la stessa grossezza.

Benchè le piramidi e i prismi sieno rigorosamente poliedri, s'indicano più particolarmente con questo nome i solidi di faccie poligone in tutti i sensi, le quali possono essere considerate come basi di altrettante piramidi che si terminano al centro.

Conviene osservare che in tutti i solidi a superficie piane, gli spigoli terminano agli angoli solidi formati da molte di queste superficie che si riuniscono; d' onde risulta che per trovare la proiezione delle linee rette che debbono rappresentare questi spigoli, basta conoscere la posizione degli angoli solidi ov' esse mettono capo; e siccome un angolo solido è sempre composto di molti angoli piani, un solo angolo solido determinerà le estremità di tutti gli spigoli che lo formano.

Seconda classe—Solidi terminati da superficie piane e da superficie curve.

Alcuni di questi solidi, come i coni, non presentano che una punta e due superficie, una curva e l'altra piana: l'incontro di queste superficie forma uno spigolo circolare od ellittico ad esse comune. La proiezione di un cono intero esige molti punti, per la curvatura che forma la sua base; ma un solo punto basta per determinare la sua sommità. Questo solido può essere considerato come una piramide a base ellittica o circolare; in tal caso per facilitare la sua proiezione s'incrive un poligono nel cerchio o nell' ellissi che gli serve di base.

Se il cono è tronco o tagliato, si possono pure incrivere poligoni nelle curve che producono queste sezioni.

I cilindri potendo essere considerati come prismi di basi circolari, ellittiche o di altre curve, si ottiene la loro proiezione collo stesso mezzo, cioè inscrivendo poligoni nelle curve che formano le basi.

Terza classe—Solidi di superficie a doppia curvatura.

Un solido di questo genere può essere compreso sotto una sola superficie, come una sfera ed uno sferoide.

Siccome questi corpi non presentano nè angoli nè linee, non si possono rappresentare che mediante la curva apparente che sembra limitare la loro superficie. Questa curva può essere determinata da tangenti paralelle ad una linea condotta dal centro del solido, perpendicolare al piano di proiezione.

Se questi solidi sono tronchi, o tagliati da piani, conviene dopo aver descritte le curve che li rappresentano tutti interi, inscrivere dei poligoni in ciascuna curva prodotta dalle sezioni, onde operare come pei coni e pei cilindri.

Per farsi un'idea della proiezione di un apparecchio composto di più pezzi, come quello di una volta, conviene immaginare che tutte le parti solide si annientino e che non rimangano se non gli spigoli formati dalle faccie dei peducci. L'aggregato delle linee materiali che ne risultano essendo esposto alla luce del sole, i cui raggi sono sensibilmente paralelli, proietterebbe sopra un piano perpendicolare a questi raggi delle traccie che indicherebbero tutti gli spigoli o linee, che abbiamo supposto materiali, le une accorciate, e le altre di una stessa grandezza: l'assieme di queste ombre proiette sarà lo sviluppo della volta. Da questa spiegazione risulta;

1.° Che per avere la proiezione, sopra un piano, di una linea retta rappresentante lo spigolo di una pietra o di un solido qualunque, conviene abbassare su questo piano le perpendicolari da ciascuna di queste estremità;

2.° Che se questo spigolo è paralello al piano di proiezione, la linea rappresentante la sua proiezione sarà della stessa grandezza;

3.° Che se sarà obliqua, la proiezione sarà più breve;

4.° Che le perpendicolari colle quali si fa la proiezione, essendo fra loro paralelle, la linea proietta non può mai essere più lunga dello spigolo che rappresenta;

5.° Che per indicare uno spigolo perpendicolare al piano di proiezione non abbisogna che un punto, perchè si confonde colle perpendicolari di proiezione;

6.° Che la misura dell'obliquità di uno spigolo sarà indicata dalla differenza delle perpendicolari abbassate dalle sue estremità.

Nel fare gli sviluppi, tutte le operazioni si riferiscono a due piani uno orizzontale o di livello e l'altro verticale o a piombo.

Proiezione delle linee rette.

La proiezione di una linea AB, figura 1, Tavola XXIV, perpendicolare ad un piano orizzontale, è espressa su questo piano da un sol punto K, e colle linee *ab*, *a'b'*, eguali alla linea originale sui piani verticali, qualunque sia la loro direzione.

Una linea inclinata CD, figura 2, dà sopra un piano orizzontale o verticale le proiezioni *cd*, *c'd'*, più brevi di questa linea, tranne che sopra un piano verticale paralello alla sua proiezione sul piano orizzontale, che dà *c'' d''*, eguale all' originale CD.

Una linea inclinata EF, figura 3, che giri sulla sua estremità E conservando la stessa inclinazione rapporto al piano su cui posa, potrebbe aver successivamente per proiezione tutti i raggi del cerchio E*f*, determinati dalla perpendicolare abbassata dal punto F.

Due linee GH, IK, figura 4, una delle quali è paralella ad un piano orizzontale e l'altra inclinata, possono avere la stessa proiezione *mn* su questo piano. Sopra un piano verticale perpendicolare ad *mn*, la proiezione della linea GH sarà un punto *g*, e quella della linea inclinata IK, una verticale *ki*, che misura l' inclinazione di questa linea; finalmente sopra un piano verticale paralello ad *mn*, le proiezioni *i'k'*, *g'h'*, saranno paralelle ed eguali alle linee originali.

Proiezione delle superficie.

Ciò che si è detto rapporto alle linee rette proiettate su piani verticali od orizzontali, può applicarsi alle superficie piane: così la superficie ABCD, figura 5, paralella ad un piano orizzontale dà una proiezione *abcd*, della stessa forma e grandezza.

Una superficie inclinata EFGH può avere la stessa proiezione che quella a livello, benchè più lunga, se le linee di proiezione AE, BF, DH, CG si trovano nella stessa direzione.

La superficie di livello ABCD avrebbe per proiezione su piani verticali, le linee rette *ab*, *b'c'*, perchè questa superficie trovasi in uno stesso piano delle linee di proiezione.

La superficie inclinata EFGH produce sopra un piano verticale una figura accorciata *hqef*, di questa superficie; e sull'altro una semplice linea *fq*, che indica il profilo della sua inclinazione, perchè questo piano è paralello al lato della superficie inclinata.

Proiezione delle linee curve.

Le linee curve non avendo i loro punti nella stessa direzione, occupano un certo spazio, onde la loro proiezione si avvicina a quella delle superficie.

La proiezione di una curva sopra un piano paralello alla superficie di cui essa fa parte, figura 6, è simile a questa curva.

Se il piano di proiezione non è paralello ne risulta una curva accorciata in ragione della sua obliquità con questa superficie, fig. 7.

Se questa curva è perpendicolare al piano di proiezione ne risulterà una linea rappresentante il profilo della superficie dalla quale è compresa, cioè una linea retta se la superficie è piana, figura 8, ed una linea curva se la superficie è curva, figura 9.

Per fare la proiezione di una linea curva ABC, figura 9, quando la superficie da cui è compresa è curva e non perpendicolare al piano di proiezione, conviene inscrivere un poligono nella curva, ed abbassare da ciascun angolo una perpendicolare e delle paralelle alla corda che sottende l'arco.

Ma è utile osservare che questa linea essendo a doppia curvatura, conviene inoltre inscrivere un poligono nella curvatura che forma il piano *abc* della superficie nella quale è compresa la linea curva.

L'aggregato e lo sviluppo di tutte le parti che compongono le volte a superficie curve potendo essere rappresentati sopra un piano orizzontale o verticale con linee rette o curve che terminano le loro superficie; ne risulta che se si è ben compreso ciò che abbiamo detto sulla proiezione di queste linee si potrà descrivere ogni sorta di sviluppi qualunque sia la posizione delle volte o di altri oggetti da rappresentare geometricamente.

Proiezione dei solidi.

Le proiezioni di un cubo ABCDEFGH situato paralellamente a due piani l'uno verticale e l'altro orizzontale sono quadrati, i cui lati rappresentano le faccie perpendicolari a questi piani, figura 10, indicate dalle lettere corrispondenti.

Se si suppone che lo stesso cubo si muova come attorno un asse, in modo che due delle sue faccie opposte rimangano perpendicolari a questi piani come si vede nella figura 11, la sua proiezione darà su ciascuno di essi un rettangolo la cui lunghezza potrà variare tra l'estensione della differenza che esiste fra il lato e la diagonale del quadrato. Il movimento degli spigoli opposti darebbe invece un rettangolo la cui larghezza percorrerebbe tutte le dimensioni comprese fra l'imagine del quadrato perfetto ed il momento in cui questi due spigoli verranno a confondersi in una sola linea retta.

La figura 12 fa vedere un cilindro elevato a piombo sopra un piano orizzontale, con la sua proiezione ADBC su questo piano, rap-

presentata da un cerchio, e sopra un piano verticale, da un rettangolo *gcdh*.

La figura 13 rappresenta un cilindro inclinato colla sua proiezione sopra un piano verticale e sopra un piano orizzontale.

La figura 14 rappresenta un cubo inclinato in due sensi, in guisa che la diagonale che lo attraversa dall'angolo B all'angolo G è a piombo. Questa situazione dà per proiezione sul piano orizzontale un esagono regolare *acbefg*, e sul piano verticale un rettangolo B*egc* la cui diagonale B*g* è a piombo: ma siccome l'effetto della prospettiva cangia le dimensioni di questo cubo e delle sue proiezioni, le abbiamo rappresentate geometricamente nella figura 15.

Le figure 16 e 17 rappresentano una piramide ed un cono colle loro proiezioni sopra un piano orizzontale e sopra piani verticali.

La figura 18 indica una palla o sfera colle sue proiezioni sopra due piani uno verticale e l'altro orizzontale. Conviene osservare che per la regolarità e perfezione di questo solido la sua proiezioue sopra un piano è sempre un cerchio, ogni volta che il piano sia paralello alla base circolare formata dal contatto delle tangenti.

CAPO SECONDO

SVILUPPO DEI SOLIDI A SUPERFICIE PIANE.

Abbiamo detto nel Capo precedente che i solidi non si distinguono che per le loro faccie apparenti, e che in quelli a superficie piane queste faccie si riuniscono per formare gli angoli solidi: abbiamo detto inoltre che occorrevano almeno tre angoli piani per formare un angolo solido; d'onde risulta che il più semplice di tutti i solidi è la piramide a base triangolare formata da quattro triangoli, tre dei quali si uniscono a formare l'angolo della sommità, figura 1, Tavola XXV.

Lo sviluppo di questo solido si fa col mettere attorno ai lati della base i triangoli di faccie inclinate, figura 2: quest'assieme dà una figura composta di quattro triangoli che sono tutti simili nel caso di cui si tratta.

Se s'intaglia questa figura in carta o in altra materia flessibile, e dopo averla piegata sulle rette *ab*, *bc*, *ac*, che formano il triangolo della base, si alzano i tre triangoli all'intorno fino che si congiungano per formar l'angolo del vertice, presenteranno l'aspetto di una piramide solida.

Sviluppo dei poliedri regolari.

Quando la superficie di un solido è formata da quattro triangoli eguali ed equilateri è la più semplice dei cinque poliedri regolari: si distingue sotto nome di tetraedro, perchè ha quattro faccie simili.

Gli altri sono l'esaedro o cubo, la cui superficie è composta di sei quadrati eguali;

L'ottaedro di otto triangoli equilateri;

Il dodecaedro di dodici pentagoni;

E l'icosaedro di venti triangoli equilateri.

Questi cinque poliedri sono rappresentati dalle figure 1, 3, 5, 7, 9, e il loro sviluppo dalle figure 2, 4, 6, 8 e 10.

Le superficie di questi sviluppi sono disposte in modo da poter riunirsi movendosi attorno le linee dalle quali sono congiunte, in guisa da riprodurre chiudendosi la figura del solido di cui fanno parte.

Conviene osservare che il solo triangolo equilatero, il quadrato ed il pentagono possono formare de' poliedri regolari che abbiano gli angoli e i lati eguali; ma tagliando regolarmente gli angoli solidi di ognuno di tali poliedri se ne possono formar altri simmetricamente regolari, le cui faccie saranno composte di due figure diverse. Così tagliando regolarmente gli angoli del tetraedro ne risulterà un poliedro ad otto faccie, composto di quattro esagoni e di quattro triangoli equilateri.

La sezione degli angoli del cubo darà sei ottagoni riuniti da otto triangoli equilateri ed un poliedro a quattordici faccie.

La stessa operazione fatta all' ottaedro produce pure quattordici faccie, otto esagone e sei quadrate.

Il dodecaedro darà dodici decagoni riuniti da venti esagoni, in tutto 32 faccie.

L' icosaedro darà pure dodici pentagoni riuniti da venti esagoni, e 32 faccie.

Quest' ultimo in una certa posizione si avvicina talmente alla figura rotonda che a qualche distanza sembra sferico e può rotolare quasi come una palla.

Sviluppo delle piramidi e dei prismi.

Gli altri solidi a superficie piane, dei quali si è parlato nel Capo precedente, sono le piramidi ed i prismi che somigliano il tetraedro ed il cubo; le prime nell'avere le faccie al disopra della base formate da triangoli che si uniscono per formare un solo angolo solido alla sommità della piramide; i secondi nell'avere le faccie al dissopra della base formate da rettangoli o paralellogrammi che conservano sempre fra loro una stessa distanza: ma ne differiscono in ciò che possono avere un poligono qualunque per base ed un' altezza indeterminata.

Questi solidi possono essere regolari od irregolari; avere il loro asse perpendicolare od inclinato; essere troncati paralelli od obliquamente alla loro basse.

Lo sviluppo di una piramide o di un prisma retto, la cui base

ed altezza sono date, non presenta veruna difficoltà; l'operazione consiste nell'innalzare su ciascun lato di questa base un triangolo eguale all'altezza inclinata di ogni faccia, se è una piramide, figure 11 e 12, ed un rettangolo eguale all'altezza perpendicolare se è un prisma.

Sviluppo di una piramide obliqua.

Ma quando si tratta di una piramide obliqua, come quella rappresentata dalla figura 13, ove la lunghezza dei lati di ciascun triangolo non può essere espressa che in accorciamento in una proiezione verticale od orizzontale; non si potrà ottenerlo realmente che mediante una terza operazione fondata su questo principio comune a tutte le proiezioni in generale, e soprattutto agli sviluppi, cioè: *che la lunghezza di una linea inclinata, proietta in accorciamento sopra un piano, dipende dalla differenza dell'allontanamento perpendicolare di queste estremità a tal piano, il che dà in tutti i casi un triangolo rettangolo le cui proiezioni verticali ed orizzontali danno due lati: se si tira il terzo, che è l'ipotenusa, esprimerà la lunghezza reale della linea in accorciamento.*

Per applicare questa regola alla piramide obliqua della figura 13, conviene indicare sul piano o proiezione orizzontale, Figura 14, la posizione del punto P, corrispondente alla sommità della piramide, e condurre da questo punto alla faccia CD che si trova dalla stessa parte una perpendicolare PG; quindi dal punto P come centro, descrivere gli archi di cerchio B*b*, C*c*, che trasporteranno sopra PG le proiezioni orizzontali degli spigoli inclinati AP, EP e DP; e dopo aver innalzata la perpendicolare PS, eguale alla sommità P della piramide sopra il piano di proiezione, si condurranno le linee SA, S*b*, S*c*, che esprimeranno le lunghezze reali di tutti gli spigoli della piramide.

Si avranno poscia i triangoli formanti lo sviluppo di questa piramide descrivendo dal punto C col raggio S*c* un arco *ig*, e dal punto D un altr' arco che incrocierà il primo in F: tirate le rette CF, DF, il triangolo CFD, sarà lo sviluppo corrispondente al lato DC; per aver quello che corrisponde al lato BC, si descriveranno dai punti F, C le sezioni coi raggi S*b* e B*c* che s'incrocieranno in B', e si condurranno B'F, e CB': il triangolo FCB' sarà lo sviluppo della faccia corrispondente al lato B*c*.

Si avrà il triangolo FA'B' servendosi delle lunghezze SA e BA

per descrivere le sezioni dei punti B' ed F che determinano questo triangolo corrispondente alla faccia AB, e finalmente i triangoli FDE' ed FE'A'' corrispondenti alle faccie DE, AE, servendosi delle lunghezze S*b*, DE, ed SA, AE. Lo sviluppo totale AEDE'A''F, A'B', CBA essendo intagliato e piegato secondo le linee B'F*c*F, CD, DF ed EF, formerà la piramide inclinata rappresentata dalla figura 13.

Se questa piramide è troncata da un piano *mn* paralello alla base, si traccerà sullo sviluppo il contorno che risulterà da questa sezione portando P*m* da F in *a*, e conducendo le linee *ab*, *bc*, *cd*, *de*, ed *ea*'' paralelle ad A'B', B'C, CD, DE' ed E'A''.

Ma se il piano della sezione è perpendicolare all'asse, come *mo*, si descriverà dal punto F un arco di cerchio con un raggio eguale a Po, nel quale si inscriverà il poligono *ab''c''d''e''a''*. Il poligono *oqmq'o'* è la pianta della sezione indicata dalla linea *mo*.

Sviluppo dei prismi retti ed obliqui.

In un prisma retto, le faccie all'intorno essendo tutte perpendicolari alle basi che limitano il solido, ne risulta che il loro sviluppo è un rettangolo composto di tutte queste faccie congiunte insieme e rinchiuse in due rette paralelle eguali al contorno delle basi.

Quando un prisma è inclinato, le faccie formano diversi angoli colle linee del perimetro delle loro basi, d'onde risulta uno sviluppo le cui estremità sono terminate da linee formanti parte dei poligoni.

Per avere il suo sviluppo conviene cominciare dal tracciare il profilo paralello di questo prisma, nel senso della sua inclinazione, figura 16.

Tirata la retta C*c* che rappresenta l'asse inclinato del prisma in tutta la sua lunghezza, e le linee AD, *bd* per figurare le superficie che lo terminano, si descriverà sul mezzo dell'asse il poligono formante il piano di questo prisma perpendicolare all'asse, ed indicato dalle lettere *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*. Prolungati poscia i lati *kl*, *hn*, paralelli all'asse, fino all'incontro delle rette AD, *bd*, esse indicheranno i quattro spigoli del prisma corrispondenti agli angoli *h*, *n*, *k*, *l*; e la linea C*c* che si confonde coll'asse indicherà i due spigoli *i*, *m*.

Conviene osservare che in questo profilo i lati del poligono *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, danno la larghezza delle faccie all'intorno, e le linee A*b*, C*c*,

Dd la loro lunghezza. Questo profilo serve a fare la proiezione orizzontale, figura 15, nella quale i poligoni allungati rappresentano le basi del prisma.

Per tracciar quindi lo sviluppo di questo prisma inclinato, in modo che essendo piegato possa rappresentarlo, converrà pel mezzo di *Cc*, figura 16, elevare una perpendicolare o, *p*, *q*, prolungata in *l*, *l'*, figura 17; su questa linea si porteranno le larghezze delle faccie indicate dal poligono *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, della figura 16, in *l*, *k*, *i*, *h*, *n*, *m*, *l'*, figura 17. Per questi punti si condurranno le paralelle all'asse, sulle quali si porterà *q*D della figura 16, da *l* in E, da *k* in D, e da *l'* in E', figura 17; *p*C della figura 16, da *i* in C e da *m* in F, figura 17; *o*A della figura 16, da *h* in B e da *n* in A, figura 17, il che darà il contorno dello sviluppo della parte superiore tirando le linee ED, DCB, BA, AFE', figura 17.

Per avere il contorno della base si porterà *qd* della figura 16 da *l* in *e*, da *k* in *d*, e da *l'* in *e'*, figura 17; *pc* della figura 16 da *i* in *c* e da *m* in *f*, figura 17; finalmente *ob* della figura 16, da *h* in *b* e da *n* in *a*, figura 17; e si condurranno le linee *ed*, *dcb*, *ba*, ed *afe'* che termineranno questo contorno.

Si terminerà lo sviluppo facendo sulle faccie BA e *ba* dei poligoni allungati, simili a quelli ABCDEF ed *abcdef* della figura 15, e di eguale grandezza.

Sviluppo dei cilindri retti ed obliqui.

I cilindri possono essere considerati come prismi la cui base è formata da un poligono d' infiniti lati. Così, ottiensi graficamente lo sviluppo di un cilindro retto con un rettangolo della stessa altezza, avente per dimensione dell' altro lato la circonferenza del cerchio che gli serve di base, misurata con un numero più o meno grande di parti eguali.

Ma se il cilindro è obliquo, figura 1, Tavola XXVI, si farà, come si è fatto pel prisma, il profilo nel senso della sua inclinazione. Dopo aver descritto sul mezzo dell' asse il cerchio o l' ellissi che forma la sua grossezza perpendicolarmente all' asse, si dividerà la circonferenza in un numero di parti eguali partendo dal diametro, per esempio in 12, e dai punti di divisione si condurranno le paralelle all' asse, HA, *bi*, *ck*, *dl*, *em*, *fn*, e GO, che serviranno a fare la proiezione delle basi e lo sviluppo della superficie all' intorno.

Per la proiezione delle basi sopra un piano orizzontale, converrà abbassare dai punti ove le paralelle incontrano le linee della base HO, le perpendicolari indefinite, e dopo aver fatta la linea H'O' paralella ad HO, portare su queste perpendicolari, al dissopra e al dissotto di questa paralella, la grandezza delle ordinate del cerchio o dell'ellissi tracciata sul mezzo dell' asse del cilindro; cioè $p1$, e $p10$ in $i''1$, ed $i''10$; $q2$, e $q9$ in $k'2$ e $k'9$, ecc. Ond'evitare la ripetizione fastidiosa delle lettere e delle cifre che indicano le operazioni, si sono marcate cogli stessi segni distinti da uno, due, tre apici, ecc. le parti che si corrispondono nel profilo, figura 1, nella pianta, figura 2, e nello sviluppo, figura 3.

Nella figura 3, la linea E'E' è lo sviluppo approssimativo della circonferenza del cerchio dato dalla sezione DE perpendicolare all'asse del cilindro, divisa in 12 parti eguali, figura 1. Perciò si sono portate su questa linea, da una parte e dall'altra del punto D, sei delle divisioni del cerchio, e per questi punti si sono condotte altrettante paralelle indefinite alle linee tracciate sul cilindro, figura 1; quindi considerando il punto D' come corrispondente al punto D, si è determinata la lunghezza di queste linee, portando su ciascuna di esse le loro dimensioni relative, misurate da DG in AG per la base superiore del cilindro, e da DE in HO per la base inferiore.

Relativamente alle superficie ellittiche che terminano questo solido, ciò che abbiamo detto sulla maniera di descrivere questa curva col mezzo delle ordinate, ci rende inutile il dar qui nessuna spiegazione su ciò.

Sviluppo dei coni retti ed obliqui.

Le stesse ragioni che ci hanno fatto paragonare i cilindri ai prismi possono farci considerare i coni come piramidi. Nelle piramidi rette, a basi regolari e simmetriche, conviene osservare che le linee o apigoli dalla sommità alla base sono tutti eguali, e che essendo pure eguali ai lati del poligono che gli serve di base, il loro sviluppo sarà composto di triangoli isosceli simili, i quali essendo riuniti come si vede nella figura 12 della Tavola XXV, formeranno una parte di poligono regolare inscritto in un cerchio, i cui lati inclinati saranno i raggi. Così, considerando la base del cono A' B', figura 4, Tavola XXVI, come

un poligono regolare d'infiniti lati, il suo sviluppo diverrà un settore di cerchio A" B" B"' C", figura 6, il cui raggio è eguale al lato A' C' del cono, e l'arco eguale alla circonferenza del cerchio che gli serve di base.

Su questo sviluppo si possono tracciare le curve che risulterebbero dal cono tagliato secondo le linee DI, EF, GH, cioè la parabola, l'iperbola, e l'ellissi. Perciò dividerassi la circonferenza della base del cono in parti eguali, e da ciascun punto si tireranno linee al centro C rappresentante in questo caso il vertice del cono. Trasportate, col mezzo delle paralelle ad FF, le divisioni della semicirconferenza AFB della pianta, sulla linea A'B' formante la base della proiezione verticale del cono, Figura 4, ai punti 1' 2' F3' e 4' i quali, in causa dell'uniformità di curvatura del cerchio, rappresenteranno pure le divisioni indicate sul piano da 8, 7F', 6 e 5; dalla sommità C' del cono in elevazione si condurranno le linee C'1' C'2' C'F, C'3' C'4', che taglieranno i piani DI, EF, GH dell'ellissi, della parabola e dell'iperbola: con tali intersezioni sarà facile figurare sopra il piano, la prima con D'*p*'I'*p*", la seconda con FE'F'; la terza con H'GH".

Per avere i punti della circonferenza dell'ellissi sullo sviluppo, figura 6, dai punti *n*, o, *p*, *q*, *r*, della linea DI, figura 4, si condurrauno le paralelle alla base per portare la loro altezza sul lato C'B' ai punti 1, 2, 3, 4 e 5. Quindi si porterà C'D sullo sviluppo in C"D", e C'1, C'2, C'3, C'4, C'5 al disopra del punto in D", in C"*n*'", C"o'", C"*p*'", C"*q*'", C"*r*'", ed al disotto nello stesso ordine, $C''n^{iv}$, $C''o^{iv}$, $C''p^{iv}$, $C''q^{iv}$ $C''r^{v}$, e C'I da C" in I" ed I'". La curva che si farà passare per tutti questi punti sarà lo sviluppo della circonferenza dell'ellissi indicata nella figura 4, colla linea retta DI che è il suo asse maggiore.

Per la parabola, figura 8, si condurrà sul lato C'A' della figura 4, *bg*, ed *ah*: quindi si porterà C'E sullo sviluppo in C"E"; C'*g* da C" in *b*'", e b^{iv}, C'*h* da C" in *a*'" ed a^{iv}; e pei punti F", *a*'", *b*'", E", b^{iv}, a^{iv}, F'", si descriverà una curva che sarà lo sviluppo di questa parabola, indicata nella figura 4 colla linea EF.

Per l'iperbola, dopo aver condotte dai punti *m* ed *i* le paralelle *me*, *if*, si porterà C'G da C" in G" e da C" in G'" dello sviluppo, C'*e* da C" in *m*'" ed m^{iv}, C'*f* da C" in *i*'" ed i^{v}, e dopo aver portato 3H' e 6H" del piano sulla circonferenza dello sviluppo da 3 in H'".

e da 6 in H'''', si descriveranno col mezzo dei punti H''', i''', m''',G''' ed H'''', i'''', m'''', G''', due curve, ciascuna delle quali sarà lo sviluppo della metà dell'iperbola, rappresentata dalle rette GH ed H'H'' delle figure 4 e 5, e dalla figura 7.

Le operazioni per lo sviluppo del cono obliquo indicate dalle figure 9, 10, 11, 12 differiscono dalle precedenti, 1.° per la posizione del vertice C sulla pianta, figura 10, determinata da una perpendicolare abbassata dal vertice della figura 9; 2.° che per essere la linea DI di questa figura paralella alla base, dà in pianta un cerchio invece di un'ellissi; 3.° che per trovare l'allungamento delle rette tirate dalla sommità di questo cono alla circonferenza della sua base divisa in parti eguali, si è fatta la figura 11 per rassomigliarle, ond'evitare la confusione, essendo queste linee tutte di grandezze diverse in causa dell'obliquità del cono. In questa figura, la linea CC' indica l'altezza perpendicolare della sommità del cono al disopra della pianta; in guisa, che portando da ciascun lato le proiezioni di queste linee prese sul piano, dal punto C alla circonferenza, si avrà CA'', C1, C2, CF'', C3, C4, CB', da una parte, e CA', C8, C7, CF., C6, C5, e CB'' dall'altra: quindi dalla sommità C tirate delle linee a tutti i punti daranno nella loro grandezza reale gli spigoli della piramide inscritta, i quali serviranno per fare lo sviluppo, figura 12.

Avendo fissato un punto C'' per rappresentare il vertice, si tirerà per questo punto una linea eguale a CA'' della figura 11; quindi con una delle divisioni della base presa sul piano, come A1, si descriverà dal punto A dello sviluppo una sezione; prendendo quindi C1 sulla figura 11, si descriverà dal punto C'' un'altra sezione che incrociando la prima determinerà il punto 1 dello sviluppo. Si continuerà ad operare del pari colla grandezza costante A1 e colle diverse lunghezze C2, CF'', C3, ecc. prese sulla figura 11, e portate in C''2, C''F, C''3, ecc. dello sviluppo, per avere i punti necessari onde descrivere la curva B''AB''', rappresentante il perimetro della base obliqua del cono.

Si avrà lo sviluppo del cerchio indicato dalla linea DI della figura 9, paralella a quella della base AB, tirando un'altra linea I'D'D''I'', figura 11, alla stessa distanza dalla sommità C, che taglierà tutte le linee oblique che hanno servito allo sviluppo precedente, e si porterà, da una parte, CD'', *Cn*, *Co*, *Cp*, *Cq*, *Cr*, CI'', sulla figura 12, da C''

in D'', n''', o''', p''', q''', r''' e dall'altra, da C'' in n^{iv}, o^{iv}, p^{iv}, q^{iv}, r^{iv} ed I^{iv} sulla figura 12: la curva che si farà passare per tutti questi punti sarà lo sviluppo del cerchio.

Per descrivere sullo sviluppo la parabola e l'iperbola indicate dalle linee EF, GH della figura 9, si tireranno dai punti E*ba*, G*mi*, le paralelle alla base AB, che portate sulla figura 11, faranno conoscere sulle linee corrispondenti la distanza reale di questi punti alla sommità C, che porterassi sulla figura 12, da C'' in E'', b''', a''', e b^{iv} ed a^{iv} per la parbola; e da C'' in G'', m'', i''' da una parte e G''', m^{iv}, i^{iv} per l'iperbola. L'una e l'altra sono rappresentate dalle figure 13 e 14.

Sviluppo dei solidi la cui superficie è a doppia curvatura.

Lo sviluppo della sfera e degli altri corpi la cui superficie è a doppia curvatura, sarebbe impossibile se non si supponessero composti di un gran numero di picciole faccie piane o a semplice curvatura, come il cilindro od il cono. Così una sfera od uno sferoide possono essere considerati, 1.° come un poliedro terminato da un gran numero di faccie piane formate da piramidi tronche, la base delle quali sia poligona, come la figura 15.

2.° Con parti di coni tronchi formanti tante zone come lo indica la figura 16.

3.° Con parti di cilindri tagliati ad unghie formanti còste piane che diminuiscono di larghezza, indicate dalla figura 17.

Riducendo la sfera o lo sferoide in poliedro a faccie piane si può farne lo sviluppo in due maniere differenti, solo pel modo di collocare le faccie sviluppate.

La maniera più semplice di dividere la sfera, per ridurla in poliedro, è quella dei cerchi paralelli incrociati da altri perpendicolari che s'intersecano in due punti opposti come nei globi geografici. Se invece del cerchio si suppongono poligoni di uno stesso numero di lati, ne risulterà un poliedro simile a quello rappresentato dalla figura 15, la cui metà ADB indica l'elevazione geometrica ed AEB la pianta.

Per averne lo sviluppo, si prolungheranno i lati A1, 1 2, 2 3, fino all'incontro dell'asse prolungato CP per avere i vertici P, *q*, *r*, D delle piramidi tronche che formeranno il semi-poliedro ADB; quin-

di dai punti P, *q*, *r* e coi raggi PA, P1; *q*1, *q*2; *r*2, *r*3 e D3, descrivere gli archi indefiniti AB', 1*b*'; 1*b*'', 2*f*; 2*f*', 3*g*' e 3*g*, sulle quali dopo aver portate le divisioni dei semi-poligoni AEB, 1*e*6''', 2*e*' 5''' 3*e*'' 4'', si condurranno le linee P, *q*, *r*, D, da tutti i punti portati, come A, 4', 5', 6', 7', 8', 9', B' per ogni piramide tronca, ed altre linee che formeranno in ciascuno degli archi AB', 1*b*', 1*b*'', ecc. dei poligoni inscritti. Queste linee rappresenteranno, per ogni zona, le faccie delle piramidi tronche di cui fanno parte.

Si può fare lo stesso sviluppo innalzando sulla metà di ogni lato del poligono AEB delle perpendicolari indefinite sulle quali si porterà l'altezza delle faccie dell'alzato in 1, 2, 3, *d*; per questi punti si condurranno le paralelle alle basi, sulle quali si porteranno le larghezze di ciascuna di queste faccie prese sulla pianta, e si formeranno trapezi e triangoli simili a quelli trovati nel primo sviluppo, ma disposti in altra maniera. Quest'ultimo sviluppo, che si chiama in fusi, è quello di cui si fa uso pei globi geografici; l'altro è più conveniente per gli spigoli delle volte sferiche.

Lo sviluppo della sfera ridotta in zone coniche, figura 16, si fa cogli stessi processi di quello ridotto in piramidi tronche; non differisce se non in quanto lo sviluppo degli spigoli AB, 1*b*, 2*f*, 3*g* sono archi di cerchio descritti dalle sommità dei coni invece d'esserlo dei poligoni.

Lo sviluppo della sfera, ridotta in parti di cilindro tagliate ad unghie, figura 17, si fa colla seconda maniera; ma invece di unire con linee i punti 6, *h*, *i*, *k*, *d*, figura 15, si riuniscono con una curva. Quest'ultimo metodo troverà la sua applicazione nel tracciare gli sviluppi de' cassettoni nelle volte sferiche o sferoidali.

CAPO TERZO

DEGLI ANGOLI DEI PIANI, O SUPERFICIE TERMINANTI I SOLIDI

Rapporto alla formazione dei solidi, si considerano come già si è detto, tre specie d'angoli, cioè: gli angoli piani, gli angoli solidi e gli angoli dei piani. Si è parlato delle due prime specie nei Capi precedenti, ci rimane a parlar della terza che non bisogna confondere cogli angoli piani: abbiamo già detto, parlando di questi ultimi, che erano formati dalle linee o spigoli terminanti le faccie di un solido; ma gli angoli dei piani di cui si tratta sono quelli formati dall'incontro di due superficie che formano uno spigolo.

L'inclinazione relativa dei due piani o superficie ALDE, ALCB, che s'incontrano, ha per misura l'angolo formato da due perpendicolari FG, FH, elevate su ciascuno di questi piani da uno stesso punto F della linea AL o spigolo formato dalla loro unione, figura 18, Tavola XXV.

Conviene osservare che quest'angolo è il maggiore di tutti quelli formati da linee condotte dal punto F sopra questi due piani; perchè le linee FG, FH essendo perpendicolari ad AL comune a questi due piani, saranno le più brevi che si possano condurre dal punto F ai lati ED, BC, che supponiamo paralelli ad AL; così la loro distanza GH, sarà dovunque la stessa, mentre le linee FI, FK saranno tanto più lunghe quanto più si allontaneranno dalle perpendicolari FG, FH; e sarà sempre KI eguale a GH, e per conseguenza l'angolo IFK tanto più piccolo di GFH, quanto ne sarà più allontanato.

In guisa, che dopo aver piegata una superficie rettangolare, perpendicolarmente ad uno de' suoi lati, e in modo che i contorni delle parti separate dalla piegatura cadano esattamente l'uno sull'altro; se si alza una di esse facendola muovere attorno la piegatura, formando ogni specie d'angoli si vedrà che ciascuna estremità laterale della parte mobile si trova sempre in un piano perpendicolare a quelle della parte che resta fissa.

Questa proprietà delle linee che si muovono in un piano perpendicolare, fornisce un mezzo semplice e facile per trovare gli angoli dei piani in ogni specie di solidi, conoscendo le proiezioni verticali ed orizzontali o il loro sviluppo.

Così per trovare gli angoli formati da due superficie del tetraedro ò piramide a base triangolare, figura 1 della stessa tavola, converrà, 1.° per gli angoli della base cogli spigoli, abbassare dagli angoli ABC le perpendicolari ai lati *ac*, *cb*, ed *ab*, che s' incontreranno al centro della base in D. Egli è evidente, per quello che si è detto a tale riguardo, che se si fanno muovere i tre triangoli, i loro angoli al vertice, A, B, C non usciranno dai piani verticali indicati dalle linee AD, DB, DC e che s' incontreranno all' estremità della verticale passante per l' intersezione di questi piani nel punto D; così si avrà per ciascun lato un triangolo rettangolo di cui si conoscono due lati; cioè pel lato *cb*, l' ipotenusa *ed* e il lato *e*D: così elevando dal punto D una perpendicolare indefinita, se dal punto *e* col raggio *e*B si fa una sezione che taglia la perpendicolare in *d*, e si tira la linea *de*, l' angolo *de*D sarà quello che si cerca e sarà lo stesso pei tre lati, se il poliedro è regolare; ma se è irregolare si farà la stessa operazione per ciascheduno.

Si possono aver questi angoli con maggiore esattezza prendendo *de* o il suo eguale *e*B per seno totale, e facendo l' anologia *de* : *e*D :: il seno totale a seno 19°, 28', il cui complemento 70° e 32', sarà l' angolo cercato, supponendo regolare il poliedro. In questo caso tutti i lati essendo eguali e potendo esser presi per base daranno gli angoli dovunque eguali.

Rapporto al cubo, figure 3 e 4, le cui faccie sono composte di quadrati eguali e i cui angoli sono retti, è evidente che debbono formare alla loro unione angoli dello stesso genere.

Per aver l' angolo formato dalle faccie dell' ottaedro, figura 5, converrà dai punti C e D con una grandezza eguale alla perpendicolare AE abbassata sulla base di uno dei triangoli del suo sviluppo, figura 6, descrivere le sezioni che s' incrociano in F; l' angolo CFD sarà eguale a quello che formano le faccie di questo poliedro, che col calcolo trigonometrico troverassi di 70°, 32', come il precedente.

Nel dodecaedro, figura 7, si troverà l' angolo formato dalle faccie tirando sulla sua proiezione la retta DA, e prolungando il lato da B

in E, determinato da una sezione fatta dal punto D con un raggio eguale a BA, che darà l'angolo cercato EDF di 108.°

Per l'icosaedro, figura 9, si condurranno le paralelle A*a*, B*b*, C*c* e dopo aver fatto *bc* paralella ed eguale a BC, con raggio eguale a questa linea si farà una sezione che segherà la paralella condotta dal punto A in *a*; l'angolo *abc* sarà eguale a quello formato dai lati del poligono, che il calcolo trigonometrico dà di 108° come nel dodecaedro.

Per la piramide a base quadrata, figura 11, l'angolo di ciascuna faccia colla base è eguale a PAB o PBA, perocchè questa figura che rappresenta la sua proiezione verticale, è in un piano paralello a quello in cui si trovano le perpendicolari abbassate dal vertice sulle faccie laterali della base.

Per aver gli angoli che formano fra loro le faccie inclinate, si tirerà sul suo sviluppo, figura 12, la retta ED, la quale a causa dei triangoli isosceli eguali PEC, PCD, si troverà perpendicolare alla retta PC rappresentante uno degli spigoli che formano nel riunirsi. Quindi dal punto D, con un raggio eguale a DF, si descriverà un arco che si incrocierà descrivendo dal punto C un altro arco con un raggio eguale alla diagonale AD del quadrato rappresentante il quadrato della base; l'angolo FDG sarà l'angolo cercato che si suppone preso secondo la linea BC descritta sulla figura 11.

Per aver gli angoli che formano le faccie della piramide obliqua, figura 13, si condurrà da un punto qualunque *q* dell'asse, una perpendicolare *mo*, che indica la base *o,q,m,q',o'*, di una piramide retta *mpo*, il cui sviluppo è espresso sulla figura 14 dalla porzione del poligono *a*, *b''*, *c''*, *d''*, *e''*, *a'*, F.

Col mezzo di questa base e di questa parte di sviluppo, operando come lo abbiamo spiegato per la piramide rappresentata dalla figura 11, si troveranno gli angoli formati dall'incontro delle faccie che differiranno pochissimo da quelli del picciolo poligono *o,q,m,q',o'*.

Quanto agli angoli formati dalle faccie inclinate colla base, quello della faccia corrispondente al lato D*c* della base è espresso coll'angolo ADP della proiezione verticale, figura 13.

Per le altre faccie, per esempio quella che corrisponde al lato AE della base, figura 14, le si condurrà per un punto qualunque *g* una perpendicolare *gf* fino all'incontro della linea AF indicante la proiezione di

uno dei lati della faccia inclinata; sullo sviluppo di questa faccia espressa in A''E'F, si eleverà ad una stessa distanza dal punto E', un'altra perpendicolare *g'm'* che darà l'allungamento della linea indicata sulla base da *Af*; se si porta A''*m'* dello sviluppo sopra *Am*, che esprime l'inclinazione dello spigolo rappresentato da questa linea, si avrà l'altezza perpendicolare *mf* del punto *m'* al di sopra della base, che si porterà in *fm''* sopra una perpendicolare a *gf;* così si conosceranno i due lati di un triangolo la cui ipotenusa *gm''* darà l'angolo *m'' g f* che si doveva trovare.

Nel prisma obliquo, figura 16, gli angoli delle faccie all'intorno sono indicati dal piano della sezione perpendicolare all'asse rappresentato dal poligono *h, i, k, l, m, n*.

Quelli dei lati perpendicolari al piano d'inclinazione dell'asse sono espressi dagli angoli D*db*, A*bd* del profilo, figura 16.

Per avere gli angoli formati cogli altri lati, per esempio CcD*d*, e CcA*b*, si tireranno le perpendicolari *csbt*, le cui proiezioni nel piano sono indicate da *s'' c''* e *b'' f'*; quindi sopra *fc*, tirata da parte, si eleverà una perpendicolare *c'' c'''* eguale a *cs* del profilo, figura 16; pel punto *c'''* si condurrà una paralella ad *fc*, sulla quale avendo portato *c's'* della proiezione in pianta, figura 15, si tirerà l'ipotenusa *s''c''* che darà l'angolo *s''c''f* formato dalla faccia CcD*d* colla base inferiore.

Per l'angolo della faccia CcA*b*, si eleverà sopra F*b''*, tirata da parte, una perpendicolare *b''t'''* eguale a *bt*, figura 16, e dopo aver condotta come qui sopra una paralella ad F*b''* pel punto *t'''*, si porterà *b' t'* della figura 15 in t''' t'', e si tirerà *t'' b''* che darà l'angolo *t''b''* F che si cerca.

Siccome le basi di questo prisma sono paralelle, queste faccie formano gli stessi angoli colla base superiore.

La conoscenza degli angoli dei piani è di una grande utilità nel taglio delle pietre. Si consiglia a coloro che vogliono fare rapidi progressi in questa parte essenziale dell'Arte di Edificare, di studiare il modo di trovar gli angoli e gli sviluppi di certi corpi irregolari di una certa grandezza, e se sono istrutti nelle matematiche, di applicarvi il calcolo trigonometrico. Non si tratta per ciò che di trovare la proiezione ed il profilo di una sezione perpendicolare a due piani che si riuniscono.

SEZIONE TERZA

COSTRUZIONE ED APPARECCHIO DELLE VOLTE PIANE.

Nozioni preliminari sull' apparecchio e sulla costruzione delle volte.

Le volte sono costruzioni in pietre che l' arte ha immaginato per supplire ai soffitti ed alle coperture in legno, onde rendere gli edifici più durevoli e guarentirli dagl' incendi. La costruzione delle volte è la parte più difficile nell' arte di costruire. Sembra che queste costruzioni non sieno state usate se non gran tempo dopo che si è saputo tagliar le pietre pei muri, piediritti ed anche per le colonne.

Colla parola *volta* s' intende una costruzione composta di molte pietre di taglio, pietrami, mattoni od altre materie modellate, disposte o riunite in modo da sostenersi per coprire uno spazio: però i soffitti formati di grandi pietre che poggiano su muri o punti di appoggio opposti, come quelli dei quali parlerassi nel seguente Capo, non sono volte, perchè sono di una pietra sola e non esigono arte veruna per sostenersi; basta per questo aver pietre di sufficiente grandezza e consistenza per non essere soggette a rompersi nella loro estensione. Con pietre di piccola grandezza non si può coprire lo spazio fra i muri e i piediritti, se non dando una disposizione particolare: così due pietre inclinate in senso contrario, come quelle della figura 3, Tavola XXVII, si sosterranno reciprocamente senza appoggio nel mezzo, se la resistenza dei piediritti è forte abbastanza per impedire che si allontanino (1).

(1) Gli Egizi hanno molte volte adoperato simile disposizione per coprire le camere sepolcreli praticate nelle masse di quasi tutti i loro sepolcri, come si vede nella camera inferiore delle più gran piramide: così anche per servire di sollievo alle pietre formanti gli architrevi della aperture praticate nei massicci, come se ne vede l' esempio nell' ingresso di questo istesso monumento.

L'esperienza prova che meno è elevato l'angolo rapporto alla sua base, più è grande lo sforzo, a peso eguale; in guisa che sarebbe il maggiore possibile per due pietre orizzontali, Figura 1, che non facessero se non toccarsi nel mezzo del vano che esse coprono.

Nondimeno si deve osservare che questo sforzo può essere diminuito dalla grandezza della parte di queste pietre poggiante sui muri o piediritti, o dal peso che vi si può aggiugnere; mentre è evidente che se la portata delle pietre è eguale alla loro parte sagliente si sostengono in equilibrio sul proprio piediritto senza soccorso di nessun altro sforzo. Lo stesso effetto può accadere benchè la portata sia molto minore della parte sagliente, purchè questa portata unita al peso da cui può essere aggravata, sia eguale allo sforzo della parte sagliente.

Se invece di due pietre orizzontali se ne suppongono molte, si potrà coprire un vôto considerabile, come si vede nella figura 2, con pietre in salita che avrebbero il vantaggio di sostenersi senza spinta; ma esse non presentano una forma che possa essere adottata in causa degli angoli saglienti e rientranti formati dalle pietre; e se questi si sopprimono per formare superficie piane o curve come si vede indicato dalle linee punteggiate, ne risultano angoli acuti di poca solidità. Questo genere di costruzione non potrebbe essere praticato che per lavori di poca importanza ove si voglia affettare la maggior semplicità, come l'ho veduto impiegato in un sepolcro antico formante tutto all'intorno internamente quattro ranghi di pietre saglienti di circa pollici 15, e terminato nel mezzo da un soffitto quadrato di cinque piedi; in guisa che i muri hanno quindici piedi in tutti i sensi (1).

(1) A Val di Noto in Sicilia si vede una cisterna antica coperta in pietre con un metodo presso e poco simile, Se ne trova la figura nell' opera intitolata: *Wiews of the Ottoman dominious in Europa, in Asia, and the Mediterranean Islands*, pubblicata a Londra nel 1810.

M. W. Gell, architetto inglese, nel suo *Itinerary of Greece*, publicato a Londra nel 1810, dà il disegno di un monumento sotterraneo che si creda essere il tesoro di Atreo, e che consiste in una volta acuta formata da una trentina di grosse corsie in pietre di taglio, posate orizzontalmente in salita le une sulle altre sopra una pianta circolare, e seguendo nell' altezza il profilo di una curvatura acuta secondo la quale sportano tutte le corsie. Questa specie di grotta ha 47 piedi di diametro. Si sa che la galleria inclinata che conduce alla camera superiore della gran piramide d' Egitto offre la stessa disposizione nella costruzione dei muri laterali. La mancanza di ogni precauzione analoga nel soffitto di quest' ultima stanza ci aveva condotti a supporre prima di conoscere i lavori degli artisti della Commissione dell' Egitto, che potesse esistere sopra le pietre che ne formano il cielo un vuoto qualunque fra esse e la massa del monumento. Questa congettura si trova in parte realizzata, ma invece degli sporti indicati nella nostra figura non si è incontrato che un altro soffitto, come si vede nelle figure 5 e 6 della Tavola XXVIII.

Se invece delle pietre posate in piano, si forma un poligono come lo indica la figura 4, disponendo le commessure in modo da formare gli angoli eguali, questa forma meno spiacevole che la precedente, è forse il primo passo che è stato fatto per giugnere alla costruzione delle volte.

Si può scorgere infatti che combinando il peso della parte di mezzo BC, in modo da contrabbilanciare l'azione delle parti inferiori AB, CD, che hanno bisogno di essere sostenute con uno sforzo contrario, deve risultarne una combinazione tale che le parti si sosterranno reciprocamente. Ma questa forma che ho pure veduto impiegata nelle costruzioni antiche non presenta ancora l'uniformità e la regolarità che si ama vedere in queste specie di costruzioni e che contribuiscono più che non si pensa alla loro solidità, come in seguito faremo vedere. Si cercò di far sparire gli angoli di queste faccie dei poligoni con una linea curva; e probabilmente la prima adoperata fu la circolare, come la più semplice e la più facile da imitare. D'altronde erano già pervenuti non solo a descrivere ma anche ad eseguire le superficie concave e convesse secondo questa curva, in uno o più pezzi per formar colonne, pozzi, e torri di difesa alle città, l'uso delle quali cose sembra aver preceduto la costruzione delle volte.

Per formare le volte non si trattava che di porre verticalmente le pietre posate orizzontali nella costruzione delle torri e dei pozzi; ma questo passaggio tanto semplice non si fece forse così tosto come si pensa, perchè nel primo caso, le pietre sono sostenute sui loro letti per tutta la estensione di essi, mentre in una volta di curvatura semicircolare, figura 5, non sembra esservi che le due prime che poggino: tutte le altre non possono sostenersi che per le commessure in virtù della forma di cuneo. Queste commessure che sono più o meno oblique, debbono formare colla superficie curva della volta angoli retti ed eguali onde procurare ad ogni pietra una resistenza eguale ed inoltre una specie di reazione regolare degli sforzi di una pietra coll'altra, da quella che forma la chiave fino a quelle che poggiano sui piediritti.

Le volte in pietra di taglio eseguite dagli antichi sono quasi tutte a tutto sesto, e la maggior parte di grossezza uniforme, cioè comprese fra due circonferenze di cerchio concentriche, come quelle rappresentate dalle figure 5 e 6.

Le sperienze ed i principi matematici, de' quali si fa conoscere l' applicazione nel Libro nono, provano, 1.° che una volta a tutto sesto, di grossezza eguale in tutta la sua estensione, come quella rappresentata dalla figura 6 della tavola XXVII, composta di quattro peducci disuniti, non può sostenersi qualunque sia la resistenza dei piediritti, se la sua grossezza è minore della diciasettesima parte del suo diametro.

2.° Che in quelle divise in numero dispari ed inegualmente, più la chiave è grande, meno è la loro spinta (1); in guisa che il caso della spinta maggiore è quando si trova una commessura nel mezzo invece di chiave, come nelle volte divise in numero pari.

3.° Che quando nello spessore di una semivolta esternamente piana e di grossezza eguale si può tirare una retta AB dal suo punto d'appoggio esterno al mezzo del estradosso della chiave, Figura 5, non succede rottura sul mezzo dei reni, se i piediritti hanno lo stesso spessore che la volta al basso.

4.° Che quando lo spessore di una volta va aumentando, come nella figura 8, al punto della chiave può essere cinque volte minore, cioè che può avere soltanto un ottantesimo di diametro (2).

5°. Che la spinta non aumenta in ragione dello spessore delle volte, in modo che a condizioni eguali d'altronde, una volta di doppio spessore non ha una spinta doppia.

6.° Che le volte acute spingono meno di quelle a tutto sesto dello stesso diametro, della stessa forma di estradosso ed egualmente divise: in guisa che le volte circolari a tutto sesto stanno in mezzo fra le volte che non avessero spinta, e le volte piane la cui spinta sarebbe infinita se le pietre di cui sono fatte potessero strisciare liberamente le une sulle altre; e se le commessure fossero perpendicolari alla loro superficie inferiore come nelle altre volte.

(1) Questa condizione che sembra essersi fatta conoscere soltanto dai principi e dalla esperienza, fu consigliata a Serlio dal buon gusto, e le osserva fedelmente nelle varie figure di archi e di porte nelle quali l' apparecchio sostiene la più gran parte. (Vedi il Libro Quarto et libro estraordinario della sua Architettura.

(2) La gran volta del portico di Santa Genoveffa, che ha 58 piedi di diametro, non ha che 8 pollici di grossezza in mezzo alla chiave, cioè la novantesima parte del diametro; ma lo ha doppio nel sito ove si stacca dal nudo interno dei piediritti. La curvatura di questa volta è ellittica e schiacciata di più di un terzo, non essendo l' altezza della curve nel mezzo che piedi 18, 1 pollice e 4 linee.

Le superficie delle volte piane sono tutte simili; ma quelle che sono curve possono variare all'infinito in ragione della loro curvatura e del modo seguito per tracciare la loro superficie: mentre tal curvatura può continuarsi secondo una retta o secondo una curva o rotare sul proprio asse. Così una semicirconferenza di cerchio che si muove fra due linee paralelle produce una superficie curva nel senso della larghezza, e retta nel senso della lunghezza. Questa superficie che rappresenta quella di una volta fra due muri paralelli, è chiamata volta cilindrica o a botte. Se questa semicirconferenza invece di muoversi fra due linee si movesse fra due curve equidistanti, o intorno al proprio asse, ne risulterebbe nei due casi una superficie curva in tutti i sensi.

È chiaro che invece di una semicirconferenza di cerchio si può prendere una curva qualunque che possa coincidere coi piediritti verticali, come un'ellissi od imitazione d'ellissi, Tavola XXVII, figure dalla 9 alla 14.

Questa curva, come l'abbiamo detto più sopra, può formare una volta acuta o schiacciata, cioè la cui altezza di curvatura sia più grande o più piccola della metà della sua larghezza; la specie di volta formata da una semicirconferenza di cerchio paragonata a quelle formate da una semi-ellissi è chiamata a tutto sesto.

Quando i piediritti che debbono sostenere le volte non sono a piombo o quando non vi sia inconveniente se la curvatura di una volta fa un angolo coi suoi piediritti, vi si può impiegare oltre il cerchio e l'ellissi, una infinità d'altre curve come la parabola, l'iperbola, la catenaria; ma qualunque sia la curva che si adotta conviene sempre, come lo abbiamo insegnato parlando delle curve, che le commessure delle pietre sieno perpendicolari alla curvatura della volta; nelle volte a superficie curva queste pietre si chiamano peducci.

La direzione di queste volte può essere perpendicolare ed obliqua ai muri o piediritti; possono avere le origini a livello od inclinate; il che produce nelle volte semplici molte varietà: inoltre possono essere irregolari, incomplete o composte di parti diverse, combinate in infinite maniere suscettibili di maggiori o minori difficoltà. Sarebbe impossibile accennare tutte queste varietà; ma si spiegheranno i principi nei quali sono fondate tutte le operazioni e gli sviluppi che possono risultare da ogni caso possibile.

Le diverse specie di volte a superficie curve si possono ridurre a tre principali che sono le volte cilindriche o a botte, le volte coniche, le volte sferiche, sferoidiche e conoidali

La superficie delle due prime specie di volte può essere supposta formata da linee rette, passando da una curva ad un' altra o da un punto ad una curva.

Ma la terza non può essere formata che da curve dello stesso genere posate le une sulle altre, e diminuite in un rapporto determinato secondo altre curve che s' incrociano sull' asse; o anche con una curva qualunque che movendosi attorno il proprio asse formerebbe una superficie composta di tanti cerchi quanti sono i punti della curva.

Nelle volte a botte sostenute da due muri opposti, i ranghi dei peducci debbono esser sempre paralelli all' asse, figure 1 e 2 Tavola XXXII, qualunque sia la curvatura della volta e la sua situazione. Così le volte a botte oblique od inclinate debbono avere i loro ranghi di peducci situati nella stessa direzione.

Nelle volte coniche i ranghi debbono dirigersi alla punta del cono, sia che facciano parte di un cono intero, o di un cono tronco. Si osserva nel primo caso, per evitare la troppa magrezza dei peducci, di formare la punta o mensolone con una sola pietra segnata *a*, figure 3 e 4.

Quando una volta conica ha una grandezza capace di rendere i peducci inferiori troppo sottili e vicini all' angolo, è utile dividere la sua lunghezza in più parti, in guisa che se la maggiore circonferenza è divisa in otto peducci, figura 5, e che la lunghezza della volta sia divisa in quattro parti dal davanti fino all' angolo dell' origine, la seconda potrà essere divisa in cinque peducci, la terza in tre e la quarta, formante il mensolone, di una sola pietra.

È necessario che questi tagli sieno compresi fra le superficie perpendicolari a quelle del cono e che il primo tolga tutta l' irregolarità se se ne trova sulla faccia apparente.

Conviene osservare che questa disposizione la quale sarebbe viziosa per una volta cilindrica orizzontale, non offre lo stesso difetto per una volta conica a causa dell' obliquità della sua superficie, onde ciascun taglio essendo posato sopra un piano inclinato, si trova in parte sostenuto da esso e non può giammai disunirsene.

Risulta dalla definizione da noi data delle volte della terza spe-

cie, la quale è più analoga alla loro costruzione, che debbono essere composte di ranghi orizzontali formanti tante corone concentriche posate le une sopra le altre, come si vede nelle figure 7, 8, 9 e 10. I ranghi dei peducci formanti in pianta quadrati inscritti, rappresentati nelle figure 11 e 12, e quelli composti di triangoli equilateri, di pentagoni o di esagoni che si trovano in alcuni autori che hanno trattato del taglio delle pietre, presentano più difficoltà che solidità. D'altronde questa disposizione non produce un legame così solido come i peducci disposti in ranghi orizzontali.

Ciò che si è detto delle volte sferiche o sferoidali intere, deve applicarsi alle parti delle stesse volte inscritte nei quadrati, figure 13 e 14, od in poligoni qualunque.

Quanto alle volte composte formate dalla riunione di molte parti di volte semplici, conviene che i ranghi dei peducci sieno in ciascheduna disposti come sarebbero nelle volte da cui provengono. Così nelle volte a spigoli, figure 15, 16, 17 e 18 e in quelle ad archi chiusi, figure 19, 20, 21, e 22, composte di parti di volte cilindriche i cui assi s'incrociano al centro, i ranghi dei peducci debbono essere paralelli a questi assi.

È da osservarsi che le volte a spigoli e ad archi chiusi, figure 15, 17, 19 e 21, sono composte di parti triangolari marcate A, B, E, sui piani di proiezione, figure 16, 18, 20, 22; che queste parti non hanno per appoggi nelle volte a spigoli che gli angoli A, B, mentre nelle volte ad arco chiuso queste parti sono sostenute sul loro lato AB che poggia al muro per tutta la sua lunghezza; d'onde segue che queste ultime sono più solide ed hanno minor spinta che le volte a spigoli.

È anche essenziale osservare che le linee rappresentanti i ranghi dei peducci formano angoli saglienti DEF, figure 16 e 18, nelle volte a spigoli, ed angoli rientranti IK, figure 20 22, nelle volte chiuse.

Quando la pianta di una volta a spigoli è un poligono di più di quattro lati, gli angoli formati dai ranghi di peducci al loro incontro divengono più acuti, in ragione del numero dei lati di questo poligono: così nella volta rappresentata dalle figure 17 e 18, la cui pianta è un esagono regolare, gli angoli degli ordini de' peducci come DEF non sono che di 60,° mentre nella volta dello stesso genere rappresentata dalle figure 15 e 16 questi angoli sono retti o di 90.°

I tagli che s'incontrano secondo questi angoli rendono gli spigoli delle commessure ancora più acuti, d'onde risulta che le volte a spigoli sopra una pianta poligona sono tanto meno solide quanto è più grande il numero dei lati.

Gli architetti gotici che non impiegavano se non volte a spigoli evitavano la difficoltà nelle parti della pianta ad angoli o circolari chiamate punti rotondi, ed anche nelle arcature comuni mettendovi archi diagonali saglienti e profilati che si apparecchiavano come archi semplici; il di più formante lunetta o strapiombo non era che un ripieno di picciole pietre senza tagli, chiamate strapiombi e talvolta in gesso duro come nella chiesa di Nostra Signora in Parigi.

Nelle volte ad archi chiusi gli angoli rientranti formati dall'incontro delle faccie, invece di diminuire, divengono tanto più aperti quanto il poligono ha più lati; così l'angolo dell'esagono che è di 60° nella volta a spigoli, è di 120° nella volta ad archi chiusi, il che rende questi ultimi tanto più solidi quanto hanno più lati; in guisa che a diametro ed a curvatura eguali, le volte sferiche che possono essere considerate come volte d'archi chiusi di un numero infinito di lati, sono le più solide e quelle che spingono meno, come si proverà nel nono Libro.

Molti geometri che si sono occupati della maniera onde agiscono i peducci per sostenersi reciprocamente, hanno dimostrato che supponendo che nulla si opponga alla loro azione, converrebbe perchè una volta si sostenesse, che i pesi dei peducci fossero fra loro come la differenza delle tangenti degli angoli formati dalle loro commessure: questa condizione fornisce un mezzo facile di procurare alle volte la maggiore stabilità.

Conviene dapprima osservare che continuando i piediritti fino all'altezza ove lo spessore della volta si allontana dal perpendicolo della superficie interna, come nelle figure 7, 8, 9, 10 ed 11 Tavola XXVII, le parti inferiori possono essere considerate come appartenenti ai piediritti, e che le pietre che le compongono non hanno bisogno di poggiare sul taglio che dopo il perpendicolo della superficie interna. Non resta così da determinare che la grossezza o piuttosto la forma dell'estradosso della parte di volta compresa fra le due precedenti.

Se la curvatura della volta è circolare, come nella figura 8, tutte le commessure prolungate s'incontreranno al centro O; d'onde risulta

che portando lo spessore che si propone di dare al mezzo di questa volta, orizzontalmente fra il prolungamento delle commessure della chiave, questa linea prolungata in GL darà colle sue intersezioni cogli altri raggi, lo spessore del mezzo degli altri peducci secondo la differenza delle tangenti.

Se la curvatura è composta di due archi di cerchio formanti un angolo al vertice, come nelle volte gotiche, figura 10, dopo aver prolungato al centro O le commessure dei peducci dell'arco *b*Q ed il raggio *b*O; si porterà orizzontalmente, nell'intervallo di questo raggio e della commessura della chiave, la metà della grossezza che si vuol dare al mezzo di ciascuna parte della chiave: formando in seguito di questa linea l'orizzontale GL, si avranno sugli altri raggi le diverse tangenti e le grossezze nel mezzo di ciascuno dei seguenti peducci.

Se la curvatura è formata da altra curva che non sia cerchio, come l'ellissi, figura 9, dopo aver condotta l'orizzontale GL e la verticale LD, si porterà la metà della grossezza della chiave da L in 1, e si tirerà per questo punto la retta 1D che faccia colla linea del mezzo l'angolo 1DL eguale all'angolo *b*O*s*, cioè si farà 1D paralella a *b*O.

Quindi dal punto D si condurranno le rette 2D, 3D, 4D ecc. paralelle alle commessure *c*, *d*, *e*, *f* ecc., (1) e dopo aver diviso ciascun peduccio in due parti eguali, si porterà 1, 2, da *h* in 7; 2, 3 da *k* in 8; 3, 4 da *l* in 9; 4, 5 da *m* in 10; e il doppio di 1L da *s* in *a*: finalmente pei punti *a*, 7, 8, 9, 10, si descriverà la curva dell'estradosso che darà i peducci, i cui pesi essendo fra loro come le differenze delle tangenti, formeranno volte solidissime che non avranno quasi nessuna spinta.

Per le volte circolari ed ellittiche, figure 8, 9, 10 e 11 si può descrivere la curva dell'estradosso in una maniera più semplice che produce assai prossimamente lo stesso effetto.

Così, per la figura 4, dopo aver fissato lo spessore *sa* del mezzo della chiave, si porterà la metà del raggio O*s* da O in M; dal punto M come centro si descriverà l'arco H*a*N, fino all'incontro delle linee interne dei piediritti, prolungati in CH ed FN. Questa curva dell'estra-

(1) Circa il modo d'ottenere le commessure perpendicolari a ciascuna curva, vedi per l'ellissi la pag. 45, e le seguenti per le altre curve di cui or ora parleremo.

dosso che differisce poco da quella tracciata colle tangenti è piu che sufficiente nella pratica ordinaria.

Se la volta è acuta, come la figura 11, e la curva una imitazione d'ellissi formata con archi di cerchio, dopo aver fissata la grossezza *sa*, si porterà la metà del raggio O*s* da O in F; quindi dal centro F, si descriverà l'arco P*ar*, fino all'incontro del perpendicolo dei piediritti prolungati: quest'arco formerà la curva dell'estradosso.

Per una volta schiacciata, figura 5, si porterà la metà del raggio *s*O da O in M, e da questo punto col raggio M*a*, si descriverà l'arco H*a*N fino all'incontro del perpendicolo interno dei piediritti: quest'arco sarà l'estradosso.

Rapporto alla figura 10, rappresentante un arco gotico composto di due archi di cerchio formanti un angolo al vertice, si porterà la metà del raggio O*s* da O in P, e col raggio P*a* si descriverà l'arco *a*N che formerà l'estradosso.

Circa le figure 12 e 14, è essenziale osservare che nella prima, rappresentante una volta la cui curvatura è una catenaria, le differenze delle tangenti, figura 13, essendo tutte eguali, danno per l'estradosso una curva paralella ed una stessa grossezza di volta dappertutto. Questa è una delle proprietà che provano il vantaggio di questa curva per le volte in quanto che permette, facendone uso, di darle assai meno spessore.

La figura 14, la cui curva è una parabola, presenta un effetto contrario; così per mettere in equilibrio fra loro i peducci formanti una volta di questo genere, conviene che lo spessore della volta sia maggiore alla sommità che al basso.

Per maggior precisione si possono adoperare le tavole dei seni e delle tangenti per descrivere le curve degli estradossi: questo mezzo non ha bisogno che d'essere indicato a quelli che conoscono la trigonometria (1).

(1) Le applicazioni della differenza delle tangenti alla volte di cui si è parlato, fanno vedere: 1.° che le volte schiacciate e quelle a tutto sesto sono le più propria ad essere estradossate a livello per formare il suolo dei diversi piani degli edifici; 2.° che nelle volta estradossata in questa maniera, i peducci inferiori essendo più concavi che per la curva dell'estradosso, secondo la differenza delle tangenti, sono capaci di sostenere un certo peso e di formare gli archi dei ponti; 3.° che le volte gotiche sono le più convenienti per formare i tetti a doppia inclinazione; 4.° che si potrebbe in certe circostanze impiegare utilmente la volta parabolica, quando deve sostenere un peso enorme.

Le volte in pietra di taglio considerate indipendentemente dalla malta o da altri mezzi che si possono impiegare per riunire i peducci da cui sono fatte, hanno bisogno per sostenersi di una certa grossezza che deve essere proporzionata al loro diametro, alla forma della curvatura ed agli sforzi che possono aver da sostenere: così un arco di ponte deve avere a diametro eguale maggior grossezza che una volta destinata a formare il pavimento dei diversi piani di un edificio; quest'ultima deve essere più grossa di una volta che non ha nulla da sostenere, come le volte delle chiese; finalmente fra queste ultime, quelle che sono coperte da tetti di legname non hanno bisogno di tanta grossezza come quelle che debbono nello stesso tempo formare la copertura.

Se si consultano le costruzioni antiche e moderne, trovasi che per gli archi di ponte di 20 in 24 metri, o dieci in 12 tese di larghezza, la minima grossezza è più della quindicesima parte del diametro, in pietra mediocremente dura.

In alcuni ponti moderni, il cui diametro è di 20 tese, lo spessore in mezzo alla chiave non è che di una tesa. Ma considerando per altra parte che un arco di ponte di 8 metri, o 4 tese di diametro, non potrebbe avere meno di 66 centimetri, 2 piedi, di grossezza alla chiave, cioè meno del dodicesimo del diametro, ho pensato di potermi servire di questi due termini per formare una progressione indicante lo spessore di queste volte alla chiave, di metro in metro, il che ho espresso nella seguente tavola: vi ho aggiunto quella delle volte medie formanti i soffitti, e quella delle volte leggiere che non hanno niente da sopportare.

TAVOLA della minor grossezza delle volte circolari od ellittiche, presa in mezzo alla chiave (1).

ARCHI DA PONTE		VOLTE MEDIE	VOLTE LEGGIERE	ARCHI DA PONTE				VOLTE MEDIE			VOLTE LEGGIERE		
metri		metri	metri	piedi	pl.	pol.	lin.	pl.	pol.	lin.	pl.	p.l.	lin
1	0, 44	0, 22	0, 11	3	1	1	6	0	6	9	0	3	4 ½
2	0, 48	0, 24	0, 12	6	1	3	0	0	7	6	0	3	9
3	0, 52	0, 26	0, 13	9	1	4	6	0	8	3	0	4	1 ½
4	0, 56	0, 28	0, 14	12	1	6	0	0	9	0	0	4	6
5	0, 60	0, 30	0, 15	15	1	7	6	0	9	9	0	4	10 ½
6	0, 64	0, 32	0, 16	18	1	9	0	0	10	6	0	5	3
7	0, 68	0, 34	0, 17	21	1	10	6	0	11	3	0	5	7 ½
8	0, 72	0, 36	0, 18	24	2	0	0	1	0	0	0	6	0
9	0, 76	0, 38	0, 19	27	2	1	6	1	0	9	0	6	4 ½
10	0, 80	0, 40	0, 20	30	2	3	0	1	1	6	0	6	9
11	0, 84	0, 42	0, 21	33	2	4	6	1	2	3	0	7	1 ½
12	0, 88	0, 44	0, 22	36	2	6	0	1	3	0	0	7	6
13	0, 92	0, 46	0, 23	39	2	7	6	1	3	9	0	7	10 ½
14	0, 96	0, 48	0, 24	42	2	9	0	1	4	6	0	8	3
15	1, 00	0, 50	0, 25	45	2	10	6	1	5	3	0	8	7 ½
16	1, 04	0, 52	0, 26	48	3	0	0	1	6	0	0	9	0
17	1, 08	0, 54	0, 27	51	3	1	6	1	6	9	0	9	4 ½
18	1, 12	0, 56	0, 28	54	3	3	0	1	7	6	0	9	9
19	1, 16	0, 58	0, 29	57	3	4	6	1	8	3	0	10	1 ½
20	1, 20	0, 60	0, 30	60	3	6	0	1	9	0	0	10	6
21	1, 24	0, 62	0, 31	63	3	7	6	1	9	6	0	10	10 ½
22	1, 28	0, 64	0, 32	66	3	9	0	1	10	6	0	11	3
23	1, 32	0, 66	0, 33	69	3	10	6	1	11	3	0	11	7 ½
24	1, 36	0, 68	0, 34	72	4	0	0	2	0	0	1	0	0
25	1, 40	0, 70	0, 35	75	4	1	6	2	0	9	1	0	4 ½
26	1, 44	0, 72	0, 36	78	4	3	0	2	1	6	1	0	9
27	1, 48	0, 74	0, 37	81	4	4	6	2	2	3	1	1	1 ½
28	1, 52	0, 76	0, 38	84	4	6	0	2	3	0	1	1	6
29	1, 56	0, 78	0, 39	87	4	7	6	2	3	9	1	1	10 ½
30	1, 60	0, 80	0, 40	90	4	9	0	2	4	6	1	2	3
31	1, 64	0, 82	0, 41	93	4	10	6	2	5	3	1	2	7 ½
32	1, 68	0, 84	0, 42	96	5	0	0	2	6	0	1	3	0
33	1, 72	0, 86	0, 43	99	5	1	6	2	6	9	1	3	4 ½
34	1, 76	0, 88	0, 44	102	5	3	0	2	7	6	1	3	9
35	1, 80	0, 90	0, 45	105	5	4	6	2	8	3	1	4	1 ½
36	1, 84	0, 92	0, 46	108	5	6	0	2	9	0	1	4	6
37	1, 88	0, 94	0, 47	111	5	7	6	2	9	9	1	4	10 ½
38	1, 92	0, 96	0, 48	114	5	9	0	2	10	6	1	5	3
39	1, 96	0, 98	0, 49	117	5	10	6	2	11	3	1	5	7 ½
40	2, 00	1, 00	0, 50	120	6	0	0	3	0	0	1	6	0

(1) Io questa tavola ho supposto che le pietre sieno di media durezza, e che le grossezze vadano aumentando dalla chiave fino al punto in cui la volta si stacca dai piedritti, in modo che lo spessore è doppio in questo punto.

Si sa che gli antichi costruttori greci e romani posavano tutte le loro pietre ed anche le volte senza malta nè zeppe. La maggior parte dei moderni posa le pietre delle volte come quelle dei muri o dei piediritti, cioè dopo averle accomodate e messe a sito con zeppe più o meno grosse secondo i difetti delle pietre, riempiono le commessure con malta o gesso chiaro. Osserveremo nondimeno che le commessure delle volte essendo più o meno inclinate, questo processo ha meno inconvenienti che pei muri ove i letti delle pietre sono a livello, perchè è più facile riempier bene le commessure nel secondo che nel primo caso. Per ben posare i peducci conviene dopo aver adacquate le giunture turarle al di sotto con filaccia di canapa onde la malta scorra meglio e cominciare con una fluidissima e che si fa più densa a misura che s'empiono le commessure; e si termina con malta dura che assorbe in parte l'acqua di quella che è troppo chiara. Si può anche far scolare l'acqua soprabbondante, facendo alcuni fori o incavi nelle commessure munite di filaccia, a misura che si fa entrar nuova malta dall'alto a rimpiazzare la fluidissima di tratto in tratto. Alcuni posatori mischiano un poco di gesso alla malta chiara sperando di compensare in parte la diminuzione della malta col gonfiarsi del gesso; ma questo mezzo è illusorio perchè il gesso bagnato non si gonfia e non fa che diminuire la qualità buona della malta.

Queste istruzioni elementari bastano per facilitare lo studio delle volte sotto il rapporto della Stereotomia. Ciò che ne resta a dire circa la loro costruzione poggia sopra cognizioni teoriche che spiegano le condizioni ed i princìpi di statica, in forza de'quali si sostengono. Questa importante quistione, che è una delle più difficili nell'Arte di Edificare forma l'oggetto della sesta Sezione del nono Libro.

CAPO PRIMO

DELLE PIATTABANDE E DEI SOFFITTI NON APPARECCHIATI.

La costruzione in pietra di taglio non ammettendo che i più scelti materiali, doveva anche per questo essere considerata la più perfetta: perciò fino dalle età più remote, gli sforzi dell' arte hanno costantemente avuto per oggetto di stenderne l' uso a tutte le parti dell' edificio. Noi abbiamo già fatto osservare, nell' Introduzione di quest' opera, in qual maniera gli Egizi guidati in certo modo dal solo istinto avevano i primi risoluto questo problema; come in seguito presso i Greci un processo analogo fu adattato ad una architettura nata dall' uso del legno e venne a restringere la libertà delle sue combinazioni in certe parti, per così dire accessorie, degli edifici senza poter essere applicato alle parti principali (1). Infatti se si osserva che i mezzi con cui gli Egizi ottenevano tale omogeneità nei loro edifici erano allora i soli riconosciuti praticabili, si concepirà facilmente come i Greci abituati a procurarsi spazi liberi di una grande estensione col mezzo del legno, sieno stati trattenuti dall' idea di empierne il vano coi piloni

(1) Vitruvio pensa che la fragilità della pietra abbia solo servito di base a misurare la distanza delle colonne. L' intercolonnio, *picnostilo*, il più stretto di tutti, era pure adoperato nei tempi delle maggiori dimensioni; il *sistilo* la cui apertura è più grande, conveniva a quelli di una scala mediocre; finalmente il *diostilo* che porta tre diametri d' intervallo era riguardato come il maggiore intercolonnio di cui si potesse far uso, ma l' adoperarlo non era senza pericoli. Passato quest' ultimo termine, gli architravi non potevano più essere formati che in legno, (Libro III, capo II).

L' opinione degli antichi era così savia a questo riguardo, che si maravigliava ogni esempio al di là di questi limiti, in guisa tale che nel tempio di Diana in Efeso, la grandezza degli architravi non era picciola causa dell' ammirazione universale per questo edificio. Ciò puossi giudicare primieramente da un passo di Filone di Bisanzio su questo monumento, riferito dal Gronovio, e tutto pieno d' elogi alle dimensioni gigantesche della sua architettura: in secondo luogo perchè il poco che Plinio, il quale può dirsi l' eco dell' antichità, riferisce di questa meraviglia del mondo, è interamente inteso a segnalare come un prodigio l' elevazione e la posatura d' architravi di così gran dimensione, e finalmente da ciò che trovasi in Vitruvio sui mezzi straordinari impiegati pel trasporto di queste masse enormi. In una parola tutto concorre a far conoscere fino a qual punto lo spirito degli antichi era attento alle difficoltà che presenta un genere di costruzione sempre ardito e talvolta periglioso.

necessari a sostenere un soffitto di pietra. Egli è perciò che presso quest' ultimo popolo, i portici, i vestiboli, e le gallerie che per natura della loro destinazione potevano meglio prestarsi alle disposizioni convenienti, furono le sole opere suscettibili di essere trattate al modo egizio.

È da osservare che nei monumenti di questi due popoli che il tempo ci ha conservato, i soffitti eseguiti in questo modo non parvero suscettibili di veruna disposizione architettonica. Nulla di più semplice e di meno preparato, come decorazione, che la disposizione delle pietre formanti il cielo dei monumenti d' Egitto, il che è facile a riconoscere dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola XXVIII, che rappresentano la pianta, lo spaccato ed i soffitti della sala ipostila del gran tempio di Karnak. Quest' esempio scelto in una folla d'altri non meno concludenti nel nostro senso, non presenta infatti che il risultato della pratica più comune.

Si trova un contrasto che non colpisce meno, anche fra le parti istesse di qualche tempio della Grecia i cui soffitti di marmo sono giunti fino a noi. È impossibile riconoscere alcun' arte negli scomparti formati dai traversi e dalle lastre che ricoprono il pronao e le ale del tempio di Teseo in Atene, figure 7, 8 e 9. Il vestibolo de' Propilei, disposto per essere terminato nell' istesso modo, non doveva offrire un aspetto molto più soddisfacente: e inoltre la grandezza delle dimensioni in quest' ultimo caso, doveva aggiugnere qualche cosa di periglioso e d'inquietante alla mente, riguardo alla fragilità dei mezzi d' esecuzione.

La copertura della tribuna di Pandrosa, annessa al tempio di Minerva Poliade, i cui soffitti sembrano indicare esattamente gli scomparti dei soffitti di legno, è il solo esempio di una regolarità perfettamente in armonia col resto della modanatura. Conviene certo attribuirlo alla picciolezza delle sue dimensioni la quale ha persuaso all'arte di ordinarne liberamente tutte le sue parti, figure 13, 14 e 15.

Un' altro monumento di costruzione meno rimarchevole sembra attissimo a confermare ciò che abbiamo detto sulle difficoltà che presentava all' arte propriamente detta ed alla costruzione, la necessità di formare in pietra senza il soccorso della preparazione un soffitto di una certa estensione, ed è quello che volgarmente si conosce sotto nome di tomba di Milassa, rappresentato dalle figure 10, 11 e 12. Cer-

tamente non si può a meno di riconoscere una destrezza infinita nel modo di disporre le pietre, onde evitare le portate troppo considerevoli, ma nello stesso tempo, la complicazione delle forme nella quale l' arte si trova trascinata dall' insufficienza dei mezzi ordinari della costruzione, non potrebbe sfuggire all' occhio abituato all' elegante correzione che sì eminentemente distingue la greca architettura.

È fuori di dubbio che la nobiltà e l' eleganza delle forme onde i Greci si erano compiaciuti di abbellire gli elementi della loro architettura contribuirono unicamente a propagarne l'uso fra le altre nazioni. I Romani fra gli altri furono così al vivo colpiti dalle bellezze di esse, che sebbene fossero già abili nell'Arte di Edificare non esitarono a considerarle come tipo dell' architettura. Nondimeno, anche accogliendo con entusiasmo queste così perfette ordinanze, si misero a studiare di conciliare le difficoltà annesse all' uso di esse colle vaste mire che loro imponeva il bisogno di una città cotanto florida. Perciò nelle loro più importanti costruzioni gli ordini greci non figurarono in fatto che per la decorazione; e ben lungi dal subordinare la composizione degli edifici alle funzioni ristrette di questi elementi, non diedero ad essi le più volte che una posizione finta da adempiere nel loro assieme (1).

Nelle semplici imitazioni dei templi greci trovavansi ad ogni istante le prove della loro superiorità nell' Arte di Edificare: dovunque una giudiziosa previdenza svela la più illuminata intelligenza sulla natura delle funzioni di tutte le parti dell'edificio. Perciò nel frontispizio del Panteon di Roma, figure 16 e 17, i pezzi di marmo che riuniscono fra loro le colonne comprendono il fregio e l' architrave, in modo da poter presentare una resistenza maggiore sotto il peso del timpano onde sono sopraccaricate.

Gli archi in mattoni, che si vedono nella costruttura formante il frontone del tempio della Concordia, avevano molto sensibilmente per iscopo di preservare dall'azione di questo peso gli architravi di marmo che uniscono le colonne di tale facciata, Figure 18 e 19.

Nelle tre colonne che ancora rimangono del tempio di Giove Sta-

(1) Fra gli altri esempi in appoggio a questa osservazione, basterà citare quello degli enormi strapiombi rimasti sospesi alla massa, dopo aver tolte le colonne che sembrano sostenere i peducci delle volte e gli spigoli nel tempio della Pace.

tore, vi è pur luogo d'ammirare l'alta saggezza che presiedeva tutte le loro operazioni. Col mezzo di un taglio industrioso già messo in pratica in altri casi, vi si vede il fregio sollevare l'architrave del peso della cornice e della copertura, e riportare così un peso di cui essa fa parte, sui punti d'appoggio che non hanno per nulla a temere l'azione di questo peso, figure 20 e 21 (1).

I soffitti che coronano gli intercolonnii dei portici sono i soli spazi ne' quali loro parve praticabile la copertura in pezzi di marmo o di pietra in un sol pezzo, ed è pure a questo ufficio che si riduceva l'uso di essi, come si vede ancora nelle ruine dei templi di Marte Vendicatore, figure 22 e 23, come in quelli di Vesta a Roma ed a Tivoli, ed in quelli di Baalbek e di Palmira. Nelle parti più spaziose del tempio e dei portici sostituirono talora all'uso periglioso della pietra od all'armatura di legnami usitata dai Greci, armature, soffitti e volte di metallo come si vede nel portico del Panteon in Roma (2); e più spesso le volte di mattoni, come nel tempio della Fortuna virile, in quello di Marte o Basilica d'Antonino, in quelli dell'Onore, della Virtù, della Pietà ed in una folla di altri edifici.

Del resto, indipendentemente dalla perfezione delle forme, conviene mettere ancora nel numero delle cause che fecero così generalmente adottare gli ordini dei Greci, queste apparenze dimostrative conservate dal tipo a cui riferivano la loro origine, cioè la capanna; e all'appoggio de' quali l'arte in mancanza d'altri principi, riducendo tutto ad un sistema figurato, trovava il mezzo di mascherare l'aspetto sovente difettoso delle divisioni delle opere in pietra di taglio, e

(1) Noi vediamo la precauzione spinta encor più da lungi nel monumento di *Elabelo* a Palmira ove M. Cassas ha osservato una simile disposizione, sopra la pietra formente l'architrave della porta dalle parte interiore, in ciò che il pezzo facente come qui da sollievo non si appoggia sull'architrave, ma lascia fra loro uno spazio di alcuni pollici. Questa particolarità di costruzione non fa meno onore ai Romani che l'hanno così giudiziosamente messa in pratica, avuto riguardo all'enormità della messa da cui è caricata la porta, che alla sagacità dell'artista a cui non è sfuggita in mezzo a tante meraviglie. Dawkins e Roberto Vood non ne avevano fatto parola nei disegni di questo sepolcro che trovansi nella loro opera.

(2) L'armatura di bronzo da cui era coperto questo portico esisteva ancora tutta intera al tempo di Serlio, e dietro la figura che ne dà nel terzo libro dell'opera sua noi l'abbiamo riprodotta nel nostro disegno. In quanto ai plafoni ed alle volte di bronzo, questo architetto parla sopra tradizioni ancora recenti, e che da lui riferite meritano un'intera confidenza. Comunque sia, le tacche simmetricamente distribuite sui margini interni degli architravi manifestamente destinate a impiombare le armature di metallo, bastano ormai a dissipare ogni dubbio su tale riguardo.

di abbellire in uno stesso tempo gli edifici con una decorazione ragionata.

Nel Primo Tomo dell'architettura di Filiberto Delorme, opera piena di eccellenti istruzioni, trovasi un passo relativo al soggetto da noi trattato in questo Capo, e che prova come questo autore non era meno illuminato sulla pratica che sulla teoria dell' arte sua. Abbiamo creduto dovere l' offrirne qui l' estratto per dare a questo celebre architetto la priorità su tale importante quistione.

Come bisogna fare gli epistili od architravi ai portici e peristili quando si è costretti di fare più larghi gl' intercolonnii che non portano le misure che sono state qui sopra proposte (1). (Libro VII, Capo XV.)

» Avviene talora necessità di fare gli spazi ed intercolonnii più » larghi che non vuole ragione, onde è mestieri cercar pietre assai » lunghe perchè giungano da una colonna all' altra, le quali il più » delle volte non sono abbastanza forti per sostenere il peso delle » cornici, fregi ed altro che vi si deve sovrapporre. Perciò ho combinato nella figura proposta qui innanzi una misura ed ordine di co- » lonne coi loro ornamenti d' un' altra specie, diversa da quella che » vi ho detto poc' anzi. Osserverete che per la sua larghezza io figuro » quattro colonne e nel mezzo degl' intercolonnii metto quattro dia- » metri, e tre ai lati; larghezza ed estensione molto grandi per gli » architravi, che non bisogna fare di un pezzo solo se non si vuole » che si rompano; ma per averli forti, è d' uopo farli di più pezzi, » colle loro commessure o *joints d' engraissement*, come le chiamano » gli operai, nel sito ove vedete che a ciascuna commessura, nel luogo » dell' architrave, faccio dei fori quadrati o piuttosto simili a' rombi, » colle punte all' alto ed al basso. Ciò che vi dimostro e propongo » in misura più grande sotto la stessa figura, nei luoghi marcati A, è » un architrave di più pezzi poggiato a due capitelli e in detti luoghi » quando i pezzi sono uniti e murati si pongono dadi di pietra a tra- » verso del detto architrave e si murano con latte di calce, come » il restante. Così preparato il tutto e posti a sito i pezzi dell' archi- » trave, sono più forti che se fossero di un solo pezzo. Voi vedete » altri pezzi da me uniti con dadi, indicati pure con A, che fanno

(1) Cioè il diastilo, secondo la dottrina di Vitruvio; nondimeno Delorme applica il suo mezzo anche a quest' ultimo intercolonnio.

» conoscere così evidentemente tale maniera da render superfluo un
» discorso più lungo: così, com'è congiunto, è facilissimo conoscer tut-
» to dalla stessa figura (vedi Tav. XXIX, fig. 1), non solo per tut-
» te le maniere d' architrave, ma dirò anche per tutte le piattabande
» che hanno grand' estensione da una colonna all' altra e grandi lar-
» ghezze. È però vero che in alcuni edifici antichi ho trovato che so-
» pra gli architravi nel luogo del fregio si gettavano archi scemi per
» salvar gli architravi dal rompersi fra le colonne; il che sarà causa
» di farmi scrivere sopra un' altra specie di portico molto migliore e
» sicuro allorchè vogliasi elevare l' edificio di un piano, di due, oppure
» di tre, mentre non v' è da temere che divenga fallace. » (Vedi il
Capo XVI dello stesso Libro).

CAPO SECONDO

PREPARAZIONE DELLE PIATTABANDE E DEI SOFFITTI

Le piattabande ed i soffitti di un solo pezzo furono evidentemente presso tutti i popoli i primi mezzi dell'Arte di Edificare nelle costruzioni in pietre di taglio. Noi abbiamo già detto che l'invenzione degli archi e delle volte di pietra rimontava soltanto ai primi secoli di Roma. Quanto alle piattabande apparecchiate, delle quali non esistono che rari esempi nei munumenti antichi, si avrebbe potuto crederle di una origine ancor meno antica, se non si trovasse l'impiego simultaneo di questi due sistemi in un monumento della prima epoca, l'Emissario del lago d'Albano, Tavola XXIX, figura 2.

È da osservarsi che prima della cognizione degli ordini Greci, l'impiego di questi processi ingegnosi formava per così dire l'unica decorazione delle costruzioni romane; ma diffusa una volta l'architettura greca, non potendo l'arte dapprima cavare verun partito da combinazioni che non erano in armonia cogli elementi di tale architettura, riservò l'apparecchio degli archi e delle piattabande ai monumenti che non erano capaci di altra specie di decorazione, come i ponti, gli acquedotti e le parti interne degli edifici che erano soggetti alle leggi della saggia costruzione.

Indipendentemente dall'azione che esercitano sui punti d'appoggio le piattabande apparecchiate, l'irregolarità di ciascuna pietra, pel taglio in forma di cuneo, contribuì senza dubbio ad allontanare questo modo di costruire dalle opere di architettura (1). Nondimeno sembra che

(1) La figura 3 presenta un mezzo assai ingegnoso di conciliare la bellezza di un architrave d'un solo pezzo col vantaggio delle commessure oblique, il che consiste nel far combinare la piattabanda tagliata in isbieco cogli stipiti, in una porta. Questo esempio è tratto dal sepolcro di Giamblico nell'opera di M. Cassas sulla Siria.

Fra le costruzioni singolari in questo genere, benchè sotto un diverso rapporto, si può anche citare la porta del tempio di Giove a Baalbek. Sembra che prima del terremoto del 1759, il quale fece cadere l'enorme pietra formante la chiave di detta porta, non si avesse che un'idea imperfetta dell'apparecchio di essa. È vero che Pocokes dice essere l'architrave composto di tre pietre, ma la figura che ne dà è inesatta; e Dawkins e Roberto Wood non en-

i Romani ne avessero dapprima tentata l'applicazione agli architravi dei templi di stile greco, come lo attestano i somieri a taglio rimasti sui capitelli del tempio di Giunone nel portico d'Ottavia, figura 5. In seguito avendo l'esperienza dimostrato il vantaggio di questo mezzo di costruzione sopra quello delle fascie in un solo pezzo, se ne sparse l'uso nelle opere d'architettura; ma la preparazione non vi esistette che senza essere veduta, come gli archi compresi fra le colonne (1). Tutto fa credere che solo negli ultimi tempi dell'impero si vedesse una preparazione ragionata applicata a tutte le parti e divenire la sola decorazione degli edifici in pietre di taglio (2). Si vede anche che fecero figurare nell'assieme, coll'aiuto di bozze, le chiavi componenti l'architrave, come nelle carceri costrutte al tempo di Domiziano ad uso dell'anfiteatro, figura 6.

Del resto, le precauzioni onde hanno accompagnato l'uso di questo mezzo in diverse circostanze provano la perfetta intelligenza che avevano dei vantaggi e degl'inconvenienti di cui è suscettibile. Però nel teatro di Marcello a Roma, nelle commessure delle fascie che sostengono i pulvinari delle volte del secondo ordine di portici si vedono specie di maschi e d'incavi. Questa disposizione è rappresentata dalla figura 7 nella quale D indica le bozze o maschi serrati nei somieri AB (3).

trano in veruna particolarità su tale soggetto. Volney fu il primo a rimarcarlo nel suo viaggio, e Cassas che visitò quei luoghi dopo quest' ultimo ne ha tratti i disegni che offrono la più maravigliosa esattezza. Le particolarità di questa porta, e una serie di altre del maggiore interesse per l'architettura fanno parte di ciò che rimane inedito di quest' opera magnifica; onde per sola compiacenza che l'autore ha usato di comunicarmi il disegno ho potuto dare la figura che si vede nella Tavola XXIX, n.º 4. La scala comune a tutte le figure della stessa Tavola rende qui più sensibile il lusso dei mezzi spiegato nei monumenti della Siria, dei quali si è già parlato in quest' opera, e che contribuiscono al pari della magnificenza di quell' architettura, ad eccitare l'ammirazione della posterità.

(1) Come vedesi nel portico del Teatro di Marcello, in quello del Colosseo, ed in tutti gli antichi archi trionfali.

(2) Come negli Anfiteatri di Verona e di Pola nell'Istria. L'apparecchio ragionato divenne pure un valente mezzo di decorazione nelle mani degli architetti che fiorivano in Italia nel principio del secolo decimosesto. Indipendentemente dalle opere di coloro fra dessi che hanno scritto sull'arte propria, si può anche consultare proficuamente su tale soggetto l'opera interessante di Percier e Fontaine sui palazzi e sulle case di Roma.

(3) Se ne vedono di simili nelle commessure dei peducci di molti archi antichi e specialmente in quelli del Colosseo. Invece di boccie riservate nel tagliare le pietre vi sono talvolta incrostati cubi di pietra di 3, o 4 pollici. Molti costruttori moderni hanno fatto uso di palle di piombo grosse due pollici circa, per mettere nelle commessure delle piattabande; o anche

La preparazione di una porta in pietra di taglio situata nell'interno del sepolcro di Cecilia Metella offre un esempio ancor più rimarchevole in questo genere: l'architrave di questa porta è eseguito a piattabanda, coi peducci a doppio taglio, come si vede nella figura 8.

Finalmente la preparazione delle fascie non parve mai sì bene intesa come nelle ultime opere degli antichi Romani. In questo genere si può citare ad esempio una porta del palazzo di Diocleziano a Spalatro, della quale il dotto Giorgio Welher aveva già ammirato l'ingegnosa struttura, e che molti viaggiatori moderni ci hanno fatto conoscere con disegni assai circostanziati (1). Questa porta è rappresentata dalla figura 9 della stessa tavola.

È massima nell'arte di apparecchiare che nei muri, come nelle volte, le commessure delle pietre che si toccano debbano fare angoli eguali o retti, colle superficie apparenti che formano; ma siccome nelle volte piane non vi sono che le commessure perpendicolari alle superficie che possano produrre con esse angoli eguali, ne risulta che tutte le volte piane orizzontali dovrebbero avere le commessure a piombo. Nondimeno siccome non può esistere unità d'azione fra pietre congiunte da piani verticali, non si è potuto ottenere quest'effetto, che determinando sui piediritti col mezzo di piani inclinati de'sforzi laterali, d'onde risulta una pressione che forma tutta la loro solidità, figura 1 fino a 14, Tavola XXIX. Siccome quest'apparecchio ha il disavantaggio di formare angoli ineguali colla superficie inferiore, ne risulta che queste pietre alle quali si dà nome di chiavi, non hanno una resistenza eguale; che i loro sforzi non si corrispondono, e che spingono tutte in falso le une colle altre come si vede dalle perpen-

di ciottoli rotondi, i quali preparati e piombati a dovere sono persuaso che sieno preferibili alle palle di piombo perchè hanno maggior fermezza.

(1) La porta Settentrionale: = La struttura delle pietre dell'architrave nell'ingresso maggiore di detta porta è assai bene lavorata. = (*Welher, Viaggio in Dalmazia, Tomo I, Libro I, pagina 24*).

Nelle ruine d'Anthakieh, l'antica Antiochia, trovansi molte porte apparecchiate nella maniera stessa di quella di Spalatro. Per questi due esempi vedi Cassas, Viaggio nell'Istria e nella Dalmazia.

Nelle costruzioni degli Arabi si osserva che affettano di fare le commessure delle porte e delle volte in pietra di taglio ondulate o dentellate; il che prova che i costruttori di tutti i tempi e di tutti i paesi hanno conosciuto il vantaggio d'aumentare con tutti i mezzi possibili l'unione delle pietre che non possono sostenersi che per le commessure, impedendo ad esse di strisciare. Vedi la *Descrizione dell'Egitto*, Stato Moderno.

dicolari tirate dall' estremità delle commessure *Fa*, *1c*, *2c*; in guisa che una volta simile non potrebbe sostenersi, qualunque fosse lo spessore dei piediritti, se lo sfregamento prodotto dalla rozzezza ed inegualità delle superficie non le impedisse di agire liberamente, e se la malta ed i ferri impiegati nella loro costruzione non le trattenessero insieme con una forza superiore a tali sforzi. Si potrà assicurare di questo effetto facendo fare come io feci un modello in marmo levigato.

Per ben conoscere il difetto dell' apparecchio di cui si è parlato conviene descrivere dal centro ove tendono le commessure delle chiavi un arco tangente alla linea inferiore della volta piana e prolungare le commessure fino all' incontro dell' arco, figura 11. È facile vedere con tale operazione che una volta piana può essere considerata come un segmento d' arco a cui si sono levate le parti inferiori F, H, K, e che questa così essenziale soppressione di parti non può produrre che una costruzione debolissima e difettosa.

Quando si vogliono costruire volte piane per architravi, e fascie di porte, sarebbe necessario, per evitare questo difetto, non prolungare il taglio delle chiavi che fino all' incontro dell' arco ABF inscritto nella volta piana, come lo indica la figura 13, e terminare il dippiù con linee a piombo. Si rimpiazzeranno queste parti di tagli soppressi formando il di sopra, chiamato estradosso, con un arco concentrico a quello ove si fermano i tagli (1).

Molti abili architetti hanno adoperato un processo presso a poco simile di cui hanno fatto un mezzo di decorazione. Vignola ha dato in questo genere un disegno di porta rustica che riunisce la beltà alla solidità; ma in generale questo genere di apparecchio non può essere messo in uso che per le porte o pei vôti praticati nelle grossezze dei muri. È facile comprendere che da una parte l'altezza delle pietre e la loro qualità, e dall'altra lo spessore che si vuol dare ad una volta piana dovranno decidere in tutti i casi delle distanze al centro cui

(1) Questo mezzo di aumentare i cunei dei piediritti al mezzo della chiave dà ad essi maggior solidità. Io l' ho veduto in pratica a Trapani in Sicilia ove quasi tutte le grandi porte quadrate e le aperture delle botteghe sono apparecchiate come lo indica il lato A della figura 14. Il lato B presenta lo stesso aumento dei piediritti alla chiave, ma invece di seguire una linea inclinata, ciascun peduccio termina in una superficie orizzontale chiamata testa (*tas de charge*). Questo mezzo ha il vantaggio di procurare migliore appoggio alla muratura da cui può essere aggravata una piattabanda. Questa forma di estradosso vedesi adoperata in un muro del teatro di Marcello.

debbono tendere le commessure delle chiavi di cui si compone. In generale la misura dell' angolo C formato nel mezzo dall' incontro delle rette tirate dai due somieri può variare dai 60 ai 45 gradi nella pratica ordinaria.

Per massima, una simil volta non può sostenersi quando la FG, perpendicolare alle linee che formano l' apertura dell' angolo sui somieri, non si trova rinchiusa nel suo spessore, figure 2, 6, 10 e 12.

Queste volte non sono solide che in quanto possono comprendere un arco la cui grossezza sia eguale al taglio sui piediritti IF, come si vede nella figura 13. Queste proposizioni saranno dimostrate nel Libro IX.

La regolarità dell' apparecchio e la solidità esigono che le volte piane, come quelle di superficie curva, sieno composte di ranghi di chiavi o di peducci disposti secondo la direzione delle faccie dei piediritti o muri che li sostengono: così la volta piana, figure 1 e 2, Tavola XXX, sostenuta da due muri paralelli dev' essere composta di ranghi di chiavi seguenti la stessa direzione; lo stesso avverrebbe se fossero due piloni.

Le figure 3 e 4 rappresentano una volta sopra un piano quadrato sostenuta dai quattro muri che la rinchiudono. I ranghi di chiavi formano de' quadrati concentrici; quelli degli angoli sono comuni a due lati; la chiave è quadrata portante il taglio da tutte quattro le faccie. Le linee tracciate sulle piante 2 e 4 formano la proieziune delle volte 1 e 3; le linee nere indicano le commessure al di sotto e le linee punteggiate quelle al di sopra. Ed è seguendo la proiezione ed il profilo della volta che si descrivono le pietre che debbono comporla.

Le figure 5 e 6 indicano il profilo e la pianta di una volta piana circolare. La pianta o proiezione, figura 6, fa vedere la disposizione dei ranghi circolari dei peducci collegati gli uni cogli altri e fermati da una chiave o cavicchia rotonda e conica.

Le figure 7 ed 8 fanno vedere una volta piana sostenuta da quattro piloni isolati; i ranghi delle chiavi sono paralelli alle faccie interne, e s' incontrano ad angolo retto sulle diagonali ove si trovano le chiavi comuni ai due lati, come nella figura 4, con una chiave incavata ai quattro angoli per ricevere le ultime chiavi delle diagonali; ma questa disposizione di volta non meno di quella fra due muri paralelli non

potrebbe essere impiegata che per ispazi di picciola larghezza in causa della grande spinta che produce: la più utile è la volta di pianta circolare, figura 6, perchè è quella che spinge meno.

Circa le volte sopra una pianta poligona qualunque, è evidente che più avrà lati più la volta accosterassi alle proprietà di quelle a pianta circolare: così una volta quadrata, come si rappresenta nella figura 4, stabilita sui quattro muri che la racchiudono, ha più solidità di una volta fra due muri paralelli; una volta esagona, più che una quadrata, e così di seguito.

Benchè le volte piane presentino sempre una superficie istessa, possono variar molto per la forma della loro pianta; possono essere regolari o irregolari, oblique, e talvolta anche rampanti: ma qualunque sia la loro forma, il modo di apparecchiarle e di tracciare le pietre che le compongono non ha maggiore difficoltà che quelle dei muri e delle costruzioni ordinarie, perchè si possono rappresentarne tutte le parti sopra la pianta o proiezione secondo la loro forma e grandezza senza accorciamento.

Per le pietre, converrà dapprima tagliare le due faccie paralelle che debbono formare l'estradosso e l'introdosso della volta con uno dei suoi lati a squadro; quindi si traccerà secondo la proiezione, la loro maggior larghezza e le linee indicanti ciò che se ne deve levare per formare i tagli come vedesi nelle pietre A, B, C, D, E, F, G ed H, che rappresentano i peducci di ciascuna delle volte di cui si è parlato, figure 2, 4, 6 ed 8: sono esse disegnate sopra una scala doppia dei piani e degli alzati; e si è indicata con linee punteggiate la pietra da levarsi per formare i tagli. Queste chiavi sono marcate sopra le piante colle lettere simili *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* ed *h*.

Gli architetti che hanno impiegato la preparazione di chiavi per fascie ed architravi, come nel colonnato del Louvre, in quelli della piazza di Luigi XV, nel portico di San Sulpicio, e nel Panteon francese o nuova chiesa di Santa Genoveffa, hanno frenato la spinta irregolare delle chiavi con tiranti e perni di ferro in forma di Z e di T. Tutti questi ferri formano una specie di armatura che contiene queste volte piane in modo che non possono agire in nessuna maniera; mentre giova osservare che un tirante situato sull'estradosso di semplice piattabanda non basta sempre ad impedirla di agire come si vede nella figura 12, Tavola XXIX, soprattutto quando ha poco spessore. Infatti

il minimo stritolamento negli spigoli superiori della chiave ed agl' inferiori dei peducci che uniscono i piediritti può produrre la disunione ed anche la caduta di cotal volta senza che i somieri o le parti superiori dei piediritti si allarghino, in ragione della poca differenza esistente nelle volte piane di poco spessore fra l' obliqua AK e l' orizzontale AL. Si deve anche concepire che la minima tensione della catena o tirante può facilitar questo effetto soprattutto quando non è di un solo pezzo. Queste diverse quistioni si trovano più particolarmente trattate nel Libro VIII, sezione 1.ª, parlando delle armature degli architravi, colonnati e frontespizi.

OSSERVAZIONE

Si può concludere da tutto ciò che si è detto in questo Capo che le volte piane non convengono pei pezzi di una certa estensione. Non si può impiegarle con successo che per architravi o fascie alle quali si può dare uno spessore eguale al quarto od almeno al quinto della loro portata; possono anche essere impiegate per formare soffitti di poca estensione rinchiusi fra gli architravi.

SEZIONE QUARTA

APPARECCHIO DEGLI ARCHI, DELLE PORTE E DELLE VOLTE A TUTTO SESTO.

Ad eccezione delle curve matematiche messe in uso dai moderni in certi lavori dell'Arte di Edificare, nelle costruzioni romane trovasi la soluzione di tutte le quistioni di geometria alle quali si è applicato in seguito lo studio della stereotomia. Indipendentemente dalla complicazione di forme che risulta dall' assieme delle diverse parti di cui si compone l'edificio, conviene al certo mettere fra le cause che condussero ad una conoscenza così perfetta delle volte e delle loro combinazioni, per prima la necessità in cui l' arte trovossi fra loro di cercare nel meccanismo della loro costruzione gli elementi di una novella architettura; siccome lo aveva fatto in Grecia nel sistema della costruzione propria al legname. Infatti nei monumenti più rimarchevoli in questo genere, il mezzo principale dell'arte sembra risiedere interamente nell' ardire, nel gioco o nella richezza delle volte (1); come stava già unicamente nella magnificenza degli ordini greci per l'aspetto delle parti esterne degli edifici.

D'altronde, le difficoltà annesse ai diversi pezzi di taglio svanivano coll' uso della murazione particolarmente usata in questa specie di costruzioni, senza nondimeno che sia possibile inferirne la loro ignoranza nella stereotomia; poichè indipendentemente dagli archi retti e dalle volte cilindriche di tutte le dimensioni trovansi esempi autentici d' archi obliqui, inclinati, di volte coniche ed anche sferiche eseguite in pietre di taglio con tutta la precisione geometrica. Nondimeno è vero che esiste una linea di demarcazione ben determinata

(1) Il Panteon di Roma, la grande sala delle Terme di Diocleziano, pure a Roma, rimasta in oggi sola intatta di tante costruzioni dello stesso genere, quella del Tempio della Pace, che noi principalmente avemmo in vista, sarebbe stata al certo di un peso maggiore a pro della nostra opinione, ma la quasi completa distruzione di questo bel monumento, non permette ormai più agli architetti il concepirne tutta la magnificenza.

fra l'uno e l'altro processo, e che non si trova più verun apparecchio in pietra di taglio appena che le disposizioni della pianta importano qualche complicazione nella forma delle volte (1).

Abbiamo detto più sopra, che le volte in pietre di taglio eseguite dagli antichi Romani erano quasi tutte a pieno centro e la maggior parte estradossate di eguale spessore; ma quest' ultima condizione non si trova così generalmente osservata come la prima: s' incontra anche talora la più grande indecisione in questa forma dell'apparecchio, come si vede in molti ponti antichi, de' quali si parlerà nel Libro VIII, Sezione 6.ª, Capo III. Quanto alle volte di eguale spessore, quelle dell' emissario del lago d'Albano possono essere considerate come le più antiche, sebbene la forma dell'estradosso non vi sia molto correttamente determinata, come si può riconoscerlo dalla figura 1, Tavola XXXI.

Il ponte Fabricio di Roma, ora Quattro Capi, costrutto ai tempi della repubblica è uno degli edifici primi ove questa disposizione è stata osservata a rigore, figura 2. Non si potrebbe decidere se questa forma d'apparecchio, la quale come diremo or ora ha l' inconveniente di non collegare gli archi ed i muri, loro fosse consigliata dal gusto, o se l'adottarono per assicurarsi dello studio necessario per accordare insieme l'intersezione delle corsìe colle commessure dei peducci. È certo che questo metodo doveva avere molta prontezza nella esecuzione e che presenta in se stesso una regolarità assai piacevole (2).

Ciò che potrebbe dar luogo a pensare che il gusto nun era affatto estraneo alla scelta di questa disposizione, è che quando in certi casi i Romani vollero presentare l'idea di una maggior forza nella costruzione delle volte in pietra di taglio, invece di aumentare la lunghezza dei peducci, il che loro avrebbe procurata una forma difettosa, costruirono una seconda curvatura, le cui commessure s'incrociavano con quelle della prima, come ai vede nei piccioli archi laterali

(1) Queste distinzione riesce rimarchevole specialmente nelle parti interne dei teatri ove le forme della pianta danno luogo a volta di ogni specie.

(2) Comunque sia la cosa non si può a meno di riconoscere l'abilità con cui seppero modificare all' uopo i difetti che avrebbe fatto nascere in certe occasioni l'osservanza esclusiva di questa disposizione: perciò al ponte del Gard hanno unito assieme a commessure verticali su ciascun pilone, e con uno stesso numero di corsìe orizzontali, i tre primi peducci degli archi contigui in modo da procurare miglior assettamento alla muratura eretta sui pennacchi del terzo rango, come vedesi nella figura 7 della Tavola XXVII.

del ponte Fabbricio, figura 3; e talvolta anche un terzo, come nella imboccatura della Cloaca Massima, figura 4.

Al tempo di Vespasiano si vide la forma dell' estradosso in pietra di taglio subire un' utile modificazione, e sembrava che volessero dapprima indicare i tagli irregolari prodotti da una linea circolare in mezzo alle corsìe dei muri. Questo perfezionamento consiste nell'accordo dei peducci, ad angolo retto, coi ranghi d' assise interrotto dall' intersezione dell' arco. Il ponte Eliano, ora S. Angelo di Roma, è senza dubbio il primo ed il più gran lavoro ove questa disposizione è stata osservata (Vedi il Libro VIII, 6.ª Sezione, Capo III). Si trova la stessa forma di apparecchio negli archi in pietra del Colosseo, ma il pezzo più rimarchevole in questo genere è senza contraddizione l'arco praticato nel muro di cinta del foro di Nerva (1); tanto per la bella proporzione delle parti tutte, come perchè si trova traforato obliquamente nella muraglia, in modo da presentare un arco obliquo, figura 5.

Si sarà meno sorpresi della rara perfezione di questo pezzo di taglio quando si verrà a considerare che molto prima del tempo della sua esecuzione i Romani avevano data una prova non meno osservabile del loro sapere in stereotomia nella costruzione della volta conica dell' emissario del lago di Albano, figure 6, 7, 8 e 9.

Dopo questi vari esempi le volte a tutto sesto inclinate, o discese rette, delle arene di Nimes, figure 10 ed 11, non presenteranno più nulla di straordinario, e si avrà fondamento di credere che se non si è fatto un maggior numero d' applicazioni di questa scienza alle volte dei loro edifici fu che da un lato l'arte dell' apparecchio, che non poteva bastare alla loro decorazione, si sarebbe trovata perduta negli scomparti di cui ornavano le volte, e dall' altro che le volte in muratura erano di una esecuzione molto più facile e più pronta.

I monumenti eseguiti da loro nelle colonie lontane, e principalmente a Baalbek, l' antica Eliopoli, ed a Palmira, lontani dalle risorse che trovavano altrove per questo genere di costruzione, prestano un altro grado di verosimiglianza a questa asserzione. Infatti vi si trovano ancora indizi certi dell' esistenza di volte in pietra di taglio di ogni forma e grandezza. Fra gli altri esempi irrefragabili, i primi

(1) Ora indicato dai Romani sotto nome di arco di Pantani.

peducci che si vedono sui muri del picciolo tempio di Balbek osservati dapprima dal dotto Pocokes, e verificati poi da Dawkins, Roberto Wood e Cassas, facevano certamente parte di una volta a tutto sesto, la cui disposizione ricorda sotto qualche aspetto quella della volta dei bagni di Diana a Nimes, figure 12 e 13: del pari che l'osservazione di pietre in forma di peducci sferici rimasti intorno alla cornice di un tempio circolare nella stessa città, figure 14 e 15, confermata dagli stessi viaggiatori, testificano l'esistenza al tempo degl'imperatori di una volta sferica apparecchiata in pietra di taglio (1).

(1) I viaggiatori che visitarono questi luoghi dalla fine del secolo decimosettimo al principio del decimottavo, come sono Maundrell, De la Roque e Riccardo Pocokes, poterono ancora vedere tutta intera la volte di questo edificio, che per lungo tempo servì di chiesa ai cristiani. Pocokes osserva che non era illuminato che dalla porta.

Sulle Tavole XLIII, XLIV, XLV dell'opera di Roberto Wood, le quali rappresentano sotto diversi aspetti questo tempio come esisteva nel 1757, la lettera A ripetuta più volte serve a indicare in modo particolare la parte della volta ch'è ancora in piedi.

M. Cassas disegnò anche con maggiore esattezza la forma e la situazione delle pietre che sussistono di questa volta superiori alla cornice interna del tempio; e dalle tavole che ne dà nell'opera sua si sono tratte le figure 14 e 15.

CAPO PRIMO

DEGLI ARCHI

Nelle sezioni prima, seconda e terza di questo libro si sono fatte conoscere le diverse curve proprie a formare la curvatura delle volte; la maniera di descriverle, di condurre ad esse le tangenti e le perpendicolari per formare i tagli dei peducci; i mezzi d'imitare le elissi con archi di cerchio e di descrivere ogni specie d' ovali per le curvature chiamate a mezza botte ed archi rampanti; si è parlato de' principi relativi al descrivere le proiezioni, ed allo sviluppo delle superficie dei solidi; del modo di trovare gli angoli che queste superficie formano colla loro unione; si è parlato della disposizione dei peducci, del modo di determinare la forma dell' estradosso delle volte, e dello spessore che conviene dare ad esse: non ci resta che di applicare alla stereotomia queste istruzioni elementari.

Gli archi o le arcate sono volte praticate nei muri o massicci nei quali le commessure dei peducci formano angoli o incrociature per unirsi colle corsìe orizzontali di questi muri o massicci, come si vede rappresentato dalla figura 1 della Tavola XXXIII.

Archi retti ed obliqui nei muri a piombo ed a speroni.

Si sono riunite in questa tavola le proiezioni orizzontali di quattro specie di muri nelle quali quest' arcata può essere penetrata, figure 2, 5, 8 ed 11; coi tagli o profili corrispondenti a ciascuna, figure 3, 6, 9 e 12, e i loro sviluppi, figure 4, 7, 10 e 13. Vi' si è aggiunta la prospettiva a 45 gradi dei peducci indicati dalle lettere I, K, L, M, nella figura 1, per indicare le loro forme e la maniera di descriverli.

Le proiezioni orizzontali, figure 2, 5, 8 ed 11, presentano gli archi roveseiati; le linee piene indicano le commessure dell' intradosso, e le linee punteggiate, la proiezione dei tagli interni.

Nelle figure 2 ed 8, le faccie essendo supposte perpendicolari al piano di proiezione, sono indicate colle linee A'B'C'D' ed A'''B'''C'''D''', ma nelle figure 5 ed 11, le faccie inclinate, formanti sperone, sono indicate dai quadrilateri A'', N'', B'', P'', ed A'v, N'v, B'v, P'v, rappresentando in accorciatura l'apparecchio descritto nella figura 1.

Queste proiezioni si fanno col mezzo di un profilo su cui si prendono, secondo la faccia verticale od a piombo, le grossezze corrispondenti a ciascuna commessura dell'intradosso: così per la pianta, figura 5, si è portata la grossezza 6'', *m''* del profilo figura 6 sulle linee di questo piano che rappresentano le proiezioni dei primi peducci da *g''* in 1'', e da *m''* in 6''; per la seconda commessura si è presa la grossezza 5'' *l''* che si è portata del pari sulle linee di proiezione del piano che le rappresentano da *h''* in 2'', e da *l''* in 5''.

Per le terze commessure che comprendono la chiave si è portato lo spessore 4'', *k''* del profilo sulle loro linee di proiezione in pianta *i''* in 3'' e da *k''* in 4'', e finalmente la grossezza *d''*, *z''* del profilo da *z''* in *d''* della pianta sulla linea che passa pel mezzo della chiave; e pei punti *a''*, 1'', 2'', *d''*, 4'', 5'', 6'', e *b''*, si è descritta una elisse che presenta l'accorciamento della curvatura circolare della figura 1, in causa della inclinazione.

Per la linea retta d'estradosso rappresentata da N, P, figura 1, si è portata C'' *z''* figura 6, da C'' in N'' e da D'' in P'', e si è tirata N'' P'' punteggiata, e le linee 9'', 3'' e 4'', 10'' che esprimono le commessure della chiave; quindi le grossezze prese sul profilo si sono portate all'altezza dei punti 23' e 24', nella pianta da C'' in 17'' e 18'', e da D'' in 19'' e 20'', per le quali si sono condotte le parallelle A''B'' fino all'incontro delle linee 7'', 8'', 11'' e 12'', e si sono condotti i tagli 7'', 1''; 8'', 2''; 5'', 11'' e 6'', 12''. Se l'operazione è fatta bene tutte queste linee di taglio debbono incontrarsi al centro O. Questa proiezione accorciata serve a trovare lo sviluppo dell'intradosso e delle commessure rappresentate nella figura 7. La larghezza dell'interno si prende in *a*, 1, 2, 3, 4, 5, 6, *b* della circonferenza della curvatura retta, figura 1, che si porta sulla linea retta *e''*, *f''*, figura 7, in e'', *g''*, *h''*, *i''*, *k''*, *l''*, *m''*, *f''*. Dopo aver innalzate con questi punti le perpendicolari si portano su ciascheduna le grandezze delle linee corrispondenti prese sulla pianta figura 5, e marcate colle stesse lettere e cifre cioè *a''*, *e''*, in *e''* *a''*, 1'', *g''* in *g''*, 1'', ecc. La

larghezza delle commessure o tagli si prende pure sulla figura 1, in 7, 1; 8, 2; 9, 3; 10, 4; 5, 11 e 6, 12; si portano sulla linea e''f'' della figura 7, in g''s'', h''n'', i''o'', k''p'', l''q'', m''r''. Quindi dopo aver innalzate altre perpendicolari dai punti s'', n'', o'', p'', q'', ed r'', si portano sulle grandezze s''7'', n''8'', o''9'', p''10'', q''11'', ed r''12'' prese sul piano di proiezione figura 5, e si conducono le linee 7'', 1''; 2'' 8''; 3'', 9''; 4'', 10''; 5'', 11'' e 6'',12''. Ciascuno di questi quadrilateri che si chiamano faccie degli spigoli e di commessure possono servire a segnare le pietre. Si formano tali faccie con assicelle di legno dolce in modo di quadro. Se ne fanno altre chiamate faccie di testa, una delle quali è indicata in *K*, figura 1; sono esse tagliate secondo la forma apparente di ciascun peduccio indicato da I, K, L, M.

Maniera di segnare le pietre.

Quando l'arco è praticato in un muro diritto ed a piombo le cui faccie sono paralelle, come quello rappresentato in pianta dalla figura 2, ed in profilo dalla figura 3, basta una faccia di testa per ogni peduccio diverso.

Così per descrivere il peduccio indicato dalla lettera K, si comincierà dal far tagliare il letto superiore 17', *t'*, *u'*, *a'*, figura K', sul quale dopo aver tracciate lè due linee paralelle 17', *a'u'* per fissare lo spessore del muro, si faranno fare le due faccie di squadro a questo letto indicate da tali linee.

Fatte queste faccie si applicherà sopra ciascheduna l'assicella K, figura 1, per descrivere la faccia apparente del peduccio, e si terminerà coll'abbattere la pietra che resta oltre i segni tracciati col mezzo di quest'assicella.

Quando una delle faccie del muro è inclinata in elevazione per formare un pendìo come quello dell'arco espresso in profilo dalla figura 6, conviene per maggiore facilità e precisione supporre che ogni peduccio faccia parte di un muro le cui due faccie sono a piombo, prendendo per la sua grossezza quella della parte più bassa sul profilo, come vedesi indicato dalle linee perpendicolari 22'', 23'', 24'', e dopo aver fatto ciascun peduccio come si è detto per l'arco precedente, si traccerà la parte che deve essere levata per formare il pendìo applicando a ciascuna faccia l'assicella di testa o di commessura che

vi corrisponde. Si può anche fare a meno di queste assicelle, prendendo le parti che debbono levarsi sul profilo figura 6, o sulla pianta figura 5, come si è fatto per tracciare gli sviluppi di queste faccie di testa e di commessura.

Se il muro è d'ineguale spessore nella sua lunghezza, come indica la pianta, figura 8, si supporrà che ciascun peduccio faccia parte di un muro grosso come il maggior spessore di esso, e dopo aver tagliati i cunei come per la figura 1, si toglierà da ciascuno ciò che v'ha di più dello sbieco d'una delle faccie, o coll'applicare sopra ogni faccia le sagome di fianco e di testa che vi corrispondono, o segnando su queste faccie le parti da togliersi secondo la pianta ed il profilo, come si è detto per l'arco precedente.

Finalmente se il muro diminuisce di grossezza in pianta ed in alzato, come quello indicato dalla pianta figura 11 e dal profilo figura 12, si supporrà che ciascun peduccio sia compreso in un muro la cui grossezza è eguale alla maggior larghezza in cui si trova compreso ciascun peduccio, da cui si taglieranno le parti necessarie per formare lo sbieco ed il pendìo col mezzo dello sviluppo delle commessure e delle teste.

Per facilitare di più l'intelligenza delle figure di questa tavola indipendentemente dalla spiegazione, si sono indicate colle stesse cifre e lettere tutte le parti simili e corrispondenti nella pianta, nello spaccato, nello sviluppo e nelle figure dei peducci, inoltre si è avuto cura di distinguere ciò che appartiene a ciascun arco, collo stesso numero di piccole unità collocate sopra le cifre o lettere che si trovano nel loro piano: non se ne sono messe nell'alzato perchè è comune a tutti.

Il Padre Guarini nel suo *Trattato d'Architettura civile* ha dato una figura attissima a far comprendere lo sviluppo degli archi terminati da faccie rette, oblique o circolari. Questa figura rappresentata nella Tavola XXXIV, consiste in un mezzo cilindro ABCD, inviluppato da archi estradossati di eguale grossezza ai quali serve di centinatura o di nocciuolo. Questo semi-cilindro rappresentato geometricamente dalla figura 1 ed in profilo dalla figura 2, lo è pure dalla figura 3, che ne presenta la prospettiva a 45 gradi.

Lo sviluppo di ciascuno di questi archi è espresso dalle figure 4, 5, 6 e 7. I peducci vi sono rappresentati posti sul loro estra-

dosso, in guisa che le commessure sembrano aperte all' intradosso, ove formano angoli che separano le faccie.

Lo sviluppo dell' arco retto EF è rappresentato dalla figura 4; quello dell' arco GHI, composto di due parti ad angolo, è indicato dalla figura 5.

La figura 6 presenta quello di LMN, la cui pianta è circolare.

L' arco OPQ, che è pure di pianta circolare ma situato obliquamente rapporto all' asse del cilindro, è rappresentato dalla figura 7.

Per fare questi sviluppi si prende sul profilo figura 2, la larghezza delle faccie dell'estradosso che si porta sopra una linea retta *df*, figura 4, supposta perpendicolare all' asse, in *d*, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ed *f*.

Per l'arco retto EF, basta condurre una paralella a *df* ad una distanza eguale alla grossezza di quest'arco. Divisa quindi ciascuna di queste faccie dell'estradosso in due parti eguali, si porterà da ciascun lato la metà della larghezza della faccia interiore, e siccome è più stretta che quella dell' estradosso, le linee tirate dai punti *a*, 1; 2, 2; 3, 3; 4, 4; 5, 5; 6, 6 e *b* lascieranno da ciascun lato degli spazi che rappresenteranno le commessure in iscorcio.

Ma per gli archi GHI, LMN, OPQ le cui faccie sono oblique o circolari, sarà d'uopo condurre sulla proiezione orizzontale, figura 1, una retta KR perpendicolare all' asse che passa, se si vuole, per una delle estremità più saglienti, come il punto H per l' arco GHI, il punto M per l'arco LMN, ed R per OPQ.

Quindi si prolungheranno le linee dai punti d' estradosso e d'intradosso fino all'incontro di ciascuna direttrice. Per l'arco GHI, per esempio, si farà lo sviluppo delle faccie d'intradosso col portare, come abbiamo già detto, la loro larghezza presa sul profilo figura 2, sulla direttrice sviluppata *an*, figura 5, da *a* in *g*, *h*, *i*, *k*, *l*, *m* ed *n*; tirate per questi punti delle perpendicolari indefinite, si porterà su ciascuna la distanza delle loro estremità, alla direttrice KR, presa sulla figura 1: così le distanze *ed*, *g*7, *h*8, *i*9, *k*10, *l*11, *m*12 ed *nf*, si porteranno in *ad*, *g*7, *h*8, *i*9, *k*10, *l*11, *m*12 ed *nf'*, sullo sviluppo figura 5. Quindi sulla figura 1 si prenderanno le grossezze *d*,*d*; 7,7; 8,8; ecc., che si porteranno sullo sviluppo figura 5, da *d'* in *d*,'' da 7' in 7,'' da 8' in 8,'' ecc.; e tracciando per tutti questi punti le curve *d'*H'*f'* e *d'*H''*f''*, si avranno le faccie d' estradosso.

Per quelle d'intradosso, si prenderà sul profilo figura 2, la metà della differenza delle faccie interiori ed esteriori, la quale troverassi conducendo due paralelle alle linee che passano pel mezzo di ciascun peduccio, come 3*r* e 4*s*, rapporto alla chiave.

Gli archi de' quali si tratta essendo estradossati di eguale grossezza, le differenze 9*r* ed *s*10 sono dovunque le stesse, ed *rs* dà sempre la larghezza della faccia inferiore: così per avere la posizione di quest'ultima, si porteranno 9*r* ed *s*10 sulla linea *dn* dello sviluppo, figura 5, in *a*, *a*; 1, *g*; *g*, 1; 1, *h*, ecc., e dopo aver condotte dai punti *a* e da tutti i punti 1 delle paralelle indefinite, si porterà sopra ciascuna la grandezza delle linee corrispondenti tracciate sul cilindro, cioè *a*, *a*; 1, 1; 2, 2; 3, 3; ecc. della figura 1, in *a*, *a'*; 1, 2; 1, 3; 1, 4, ecc., dello sviluppo, figura 5. Siccome le linee terminanti ciascuna faccia in questo senso, sono linee curve, conviene per maggior precisione, prendere per ognuna una misura in mezzo alla faccia, e si avrà la curva dei lati opposti portando dovunque una distanza eguale a *d'd''*.

Per connettere queste due faccie e dar loro l'apparenza di cunei rovesci, si tireranno le linee *a'd'*, *a''d''*, 27, 72, 38, 83, 49, 94, che rappresenteranno le commessure in iscorcio.

Si troveranno gli sviluppi, figure 6 e 7, degli altri due archi LMN, OPQ, operando come si è spiegato. Si sono marcate sulle proiezioni e sugli sviluppi di ciascuno, le stesse cifre e le stesse lettere, in modo che può ad essi applicarsi la spiegazione che abbiamo data per l'arco GHI.

Archi retti, obliqui ed inclinati nei muri di pianta circolare, chiamati anche tamburi.

Dietro ciò che si è detto relativamente alle figure delle due Tavole precedenti, rimane poco a dirsi su questo. Si osserverà soltanto che la figura 1, Tavola XXXV, offre la proiezione verticale o alzato di faccia comune ai tre archi.

La figura 2 rappresenta la proiezione orizzontale dell'arco retto, cioè di quello la cui linea di mezzo è perpendicolare alla curva del muro in pianta.

La figura 3 rappresenta il suo profilo od alzato, e la figura 4 lo sviluppo.

Si è espressa nella figura 5 la pianta di un arco di tamburo, la cui faccia non è paralella alla tangente della curva della pianta; la figura 6 ne indica il profilo, e la figura 7 lo sviluppo.

La figura 8 presenta lo stesso arco in isbieco in un muro inclinato; il profilo è espresso nella figura 9, e lo sviluppo dalla figura 10.

I cunei E', F', G', rappresentati in prospettiva, dipendono dall' arco proiettato in pianta, figura 2.

I peducci E'', G'' corrispondono all' arco obliquo, figura 5, e quelli indicati E''', G''' corrispondono all' arco obliquo ed inclinato, figura 8.

Si suppone che questi cunei sieno stati tagliati dapprima per archi di muri retti e che se ne sieno levate col mezzo delle sagome delle faccie, le parti eccedenti onde formare le curvature delle faccie.

Inoltre, le stesse lettere e le stesse cifre ripetute per indicare in ciascuna figura le parti corrispondenti, bastano per facilitarne l'intelligenza.

CAPO SECONDO

DEGLI ARCHI DA PORTE E DA FINESTRE

Le porte e le finestre a volta differiscono dagli archi per le battute ed appoggi che si fanno nella grossezza del muro onde fissare gli spiragli od ante che servono a chiuderne le aperture, come vedesi nelle piante, figure 3 e 6, della Tavola XXXVII, che rappresentano queste volte come si usano a Marsiglia ed a Mompellieri. Queste due non differiscono se non in quanto la prima è terminata da un arco di cerchio RO, figura 1, e la seconda da una linea retta RO, figura 4.

Queste volte sono specie di superficie coniche formate in un senso da linee rette che si congiungono con linee curve dalle quali sono terminate. L' apertura della porta termina d' ordinario in semicerchio; e le battute per collocare le ante seguono la stessa curvatura, mentre gli spigoli estremi dei fianchi sono riuniti da un arco di 50 oppure di 60 gradi, il raggio del quale è molto più grande. Le congiunzioni delle faccie rette dei fianchi colla volta non dovrebbero essere archi di cerchio come si pratica, ma bensì curve speciali, sia conica o no la superficie della volta.

Le superficie di queste volte si possono formare con diversi mezzi geometrici e pratici secondo la regolarità ed esattezza che si vuol ottenere in tale specie di costruzioni.

Apertura detta Arrière-voussure di Marsiglia.

Primo mezzo.

Se si suppone la curva *o*R, continuata fino all' incontro di una linea orizzontale che passi pel centro della semicirconferenza A, figura 1, Tavola XXXVI, e dopo aver divisa questa semicirconferenza in un numero determinato di parti eguali, per esempio in dieci, si tirino dal centro per ciascun punto di divisione delle linee rette prolungate fino all' incontro dell' arco FR*o*; queste linee indicheranno tante sezioni di questa volta, tagliata da piani retti tendenti ad un mede-

simo asse, il cui punto di proiezione è indicato dalla lettera C, figura 1.

È essenziale il rimarcare che queste linee rette formanti questa volta sembrano nella figura 1 concorrere ad uno stesso centro C, mentre tendono realmente a diversi punti di uno stesso asse, del quale questo centro non è in tal caso se non la proiezione.

Il muro essendo considerato compreso fra due superficie paralelle, la sua grossezza, che è dovunque la stessa, è indicata dalla linea *ab*, perpendicolare a' *bf*, figura 4.

Su questa linea *bf* si porterà la grandezza delle linee di divisione tendenti al centro e comprese fra gli archi estremi FR*o* ed EV*d*, 1, 11; 2, 12; 3, 13; 4, 14; 5, 15, ecc., figura 1; da *b* in *o*, 11, 12, 13, 14, 15, ecc., figura 4.

Da tutti questi punti si condurranno al punto *a* delle linee che dieno l' allungamento di quelle espresse in iscorcio, figura 1. Per conoscere la distanza di questi punti a quelli della circonferenza EV*d*, che termina la volta dalla parte della battuta, ad una distanza dal punto *b* eguale al raggio EC, si eleverà un' altra perpendicolare a *bf*, prolungata in D. Questa perpendicolare D*o* rappresenta l' asse fino all' incontro del quale si sono prolungate le linee tirate dal punto *a*, che indicano i punti *e*, *g*, *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, *p*, *q* dell' asse ove ciascuna mette capo, e il loro allontanamento dal punto *a*, che indica la circonferenza EV*d*, figura 1.

Secondo mezzo.

Queste curvature si formano, siccome abbiamo detto, con linee rette che si accordano con linee curve; ma siccome queste rette possono variare nel loro collocamento e nella direzione, ne debbono risultare superficie diverse.

La curvatura precedente era formata da linee rette perpendicolari alla circonferenza interna e tendenti a diversi punti d'un medesimo asse: in questa, le linee rette sono oblique alle due circonferenze e tendono ad un sol punto che è il vertice di un cono scaleno tagliato da quattro piani, due dei quali paralelli FM, GL, figura 7, per le faccie, formanti due sezioni circolari, e due altri divergenti in pianta, come BD, figura 8, per una delle sfiancature, e che formano sezioni iperboliche IN, figura 7.

Apertura detta di Mompellieri.

Questa curvatura, rappresentata dalla figura 10 fino alla 13, Tavola XXXVI, è compresa da una semicirconferenza di cerchio ed una linea retta. Essa si forma come l'antecedente, detta di Marsiglia, di cui abbiamo dato la descrizione, e che non ne differisce se non per la linea di sommità che è retta in luogo di essere una curva.

Altra maniera di fare queste curvature.

Consiste essa nell'accordare la semicirconferenza di cerchio e la linea retta (ossia segmento) fra le quali è chiusa la curvatura, con curve che non possono essere se non quarti di ellisse, per accordarsi con tangenti ineguali formanti angoli retti.

La curvatura può essere formata di cerchi collocati gli uni avanti agli altri, come lo indica la figura 14; allora bastano tre quarti d'ellisse, uno de'quali pel concordamento del mezzo e gli altri due per le estremità, contro gli sfiancamenti dei piediritti. Si descrivono sopra ciascuno delle paralelle che indicano l'allontanamento dei cerchi e i punti ove debbono terminare gli archi dei cerchi, il centro de'quali si trova sulla linea del mezzo, e la sommità sulle divisioni corrispondenti ai punti ove tagliano il quarto d'ellisse situato in mezzo alla chiave.

Per produrre una curvatura più regolare, si può descrivere un maggior numero di quarti d'ellisse; debbono essi essere espressi in pianta con linee tendenti al medesimo punto di quelle degli sfiancamenti.

Siccome si conoscono i due semiassi di ciascun quarto d'ellisse, è facile descriverla tanto con ordinate ad un quarto di cerchio il cui raggio sarebbe il semiasse minore, come col mezzo dei fuochi.

La corrispondenza delle cifre e delle lettere in tutte le figure, e la loro segnatura nell'ordine delle operazioni bastano per far ben comprendere ciò che si riferisce alla formazione di tali curvature.

Negli sviluppi che presentiamo di questi due pezzi di taglio, Tavola XXXVII, queste curvature sono formate in quanto alla prima da una serie di linee rette accordate con tre parti di cerchio e per la se-

conda con due parti di cerchio ed una linea retta. L'una di queste parti di cerchio è lo spigolo dell' incavatura rappresentata in pianta da EK, figure 3 e 6, in elevazione da ESP, figure 1 e 4, e in profilo da PE, figure 2 e 5: l' altra è l' arco RTE per lo sviluppo della porta, figure 1, 2, 4 e 5; e la terza è l' arco RO, figura 1, o la retta RO, figura 4.

È facile concepire che se dai punti R, figure 1 e 4, si conduce RV perpendicolare all'arco ESP, le rette formanti la parte superiore della curvatura debbono andare dall' arco o linea retta RO all' arco SP; e quella della parte inferiore dell'arco EV, figure 1 e 4, all' arco RTD.

Per determinare la posizione di queste linee, conviene dividere RO e VP in uno stesso numero di parti eguali e farle andare da un punto di divisione all'altro, come per gli archi RTE ed EV.

Quest'ultimo metodo semplificato dalla pratica differisce dai precedenti in ciò che le curve terminanti gli sfiancamenti sono archi di cerchio simili a quello dell'incavatura della porta, invece d' essere determinati dall' intersezione dei raggi della superficie conica con questi stessi sfiancamenti.

Abbiamo qui compendiato ciò che si riferisce allo sviluppo ed alla formazione delle superficie coniche in ragione dei dettagli ne'quali siamo entrati a tale riguardo nel Capo II, Sezione 2.ª di questo Libro, pagine 87 alle 91. Ne dedurremo ancora novelle conseguenze nel Libro settimo, Capo III, della 2.ª Sezione, ove ci occuperemo del rivestimento delle superficie in legname minuto. Del resto, questi due pezzi di taglio non presentano veruna nuova quistione per la stereotomia, da cui si possa prendere una completa intelligenza pei diversi sviluppi e proiezioni figurati sulla tavola stessa. Questi cenni debbono bastare per tutte quelle il cui tracciamento non esige una istruzione particolare.

Apertura detta di Sant'Antonio.

Questa curvatura rappresentata dalle figure 7, 8 e 9 è una specie di nicchia che ha per oggetto piuttosto la decorazione che l'utilità. Essa è una imitazione di quella che immaginò Clemente Metezeau architetto di Luigi XIII per decorare il lato della porta Sant'Antonio che guardava la città.

Questa curvatura serve a concordare un arco a tutto sesto con una piattabanda.

Per farlo nella maniera più piacevole si riuniscono le commessure dell' arco con quelle della piattabanda col mezzo d' archi di cerchio.

In quanto al numero delle commessure, converrà dividere la circonferenza F, *b*, *f*, *h*, O e la linea retta IH, figura 7, in parti eguali, osservando che quest'ultima in totale deve contenere due divisioni meno della circonferenza.

Per trovare i centri della curvatura delle commessure, si tireranno le rette *hi*, *fn*, *bm*, sul mezzo delle quali si eleveranno delle perpendicolari che incontreranno IH prolungata nei punti 1, 2 e 3 che saranno i centri cercati.

Relativamente alla curva della volta, la quale deve variare nel punto di ciascuna commessura, comincerassi da quella che dovrebbe passare pel mezzo della chiave, perchè deve servire a determinare le altre.

Questa curva dipende dallo spessore HF, e dall' altezza FO, figura 8. Essa può essere un quarto di cerchio se HF è eguale ad FO; quella rappresentata da questa figura è un quarto d'ellisse i cui semiassi sono FO, FH: si può descriverla o col mezzo delle ordinate ad un quarto di cerchio di cui FH sarebbe il raggio, o col mezzo dei fuochi. Quest'ultimo mezzo che è più semplice, è quello da noi seguito. Sviluppati quindi gli archi *hti*, *fsn*, *brm*, si sono presi per gli assi maggiori dei quarti d' ellisse indicanti il suo incurvamento tracciato sopra una sagoma flessibile.

Per trattare la pietra non se ne può formare dapprima che la superficie retta indicata dalle linee, *nf*, *fh*, *hi* ed *in*, figura 17; e per terminarla si possono adoperare, invece di quarti d' ellisse, de' segmenti che vi corrispondano.

È inutile dire che in luogo di un arco a tutto sesto si possono impiegare, per formare questa curvatura, archi rialzati o abbassati, e che si possono anche fare le commessure rette nella parte della volta in vece di farle curve; ma non producono un così bell' effetto e ne risultano inoltre degli angoli acuti che si oppongono alle regole dell'apparecchio e della solidità.

CAPO TERZO

DELLE VOLTE A BOTTE CHE SI PENETRANO

L'incontro di una volta a botte con un'altra, forma in quella che è penetrata una specie di vuoto che chiamasi lunetta, la quale risulta da tale incontro. La figura di questa lunetta, e l'accordo delle commessure che si riuniscono allo spigolo che la termina, variano in ragione dei diametri e delle curvature differenti delle volte a botte, e in ragione che s'incontrano ad angoli retti od obliqui tanto in pianta come in alzato. Queste modificazioni sono suscettibili di dare una infinità di figure diverse; ma siccome la maniera di svilupparle è fondata in uno stesso principio, basta farne l'applicazione a qualche esempio.

Conviene osservare che in ogni specie di volte a botte le quali s'incontrano, si penetrano, o sono terminate da superficie non rette nè perpendicolari al loro asse, non v'è altra difficoltà che nelle parti formanti le faccie o le riunioni di esse. Il resto delle volte a botte, qualunque sia la posizione di esse, diviene un apparecchio ordinario.

Parlando dello sviluppo del cilindro obliquo, pagina 86 e figura 1, Tavola XXVI, e degli archi rappresentati nelle Tavole XXXIII, XXXIV e XXXV, pagine 126 alle 132 noi abbiam fatto vedere che l'obliquità dei loro lati e delle linee tracciate sulle loro superficie, si misurava secondo un piano perpendicolare al loro asse; così è delle faccie di volte a botte, e degli spigoli formati dall'incontro delle superficie di volte a botte che si penetrano.

Volta a botte circolare, o a tutto sesto, penetrata da un' altra di diametro minore, che la incontra ad angolo retto.

Le figure 1, 2 e 3 della tavola XXXVIII rappresentano la pianta, lo spaccato, l'elevazione ed il profilo di queste due volte.

La proiezione in pianta delle commessure della volta maggiore è fatta secondo la sua curvatura od arco retto B, 1, 2, 3, 4 e G, come pure per la picciola volta *p*, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *q*.

La circonferenza di ciascuno di questi archi essendosi divisa in un numero eguale di parti eguali ne risulta che i ranghi di peducci della volta più piccola sono meno larghi di quelli della maggiore; perciò furono necessari gli accordi *am*, *bk*, *ch*, *dg*, *ei*, *fl*, con tagli formanti spalle come si vede nella figura 3. Le perpendicolari abbassate da tutti i punti di questi accordi danno le proiezioni loro in pianta, figura 1, marcate colle stesse lettere.

La proiezione dello spigolo AHB, formante lunetta, è stata determinata colle paralelle abbassate dai punti H, *c*, *b*, *a*, B, del profilo figura 2, le quali a causa della posizione perpendicolare di essa volta minore, danno pure i punti *d*, *e*, *f*, A. Questo spigolo forma una curva a doppia curvatura chiamata da Frezier col nome di *cicloimbro*.

La figura 4 fa vedere lo sviluppo delle parti di faccia della volta minore compresa fra la linea retta *p*, *q*, la quale rappresenta le proiezioni dell' arco retto, e la linea formante lo spigolo della lunetta. Questo sviluppo non differisce dalla proiezione in pianta, figura 1, se non in quanto le larghezze delle faccie e delle commessure vi sono rappresentate in tutta la loro estensione; d' altronde tutte le distanze alla linea *pq* sono eguali.

La figura 5 rappresenta in prospettiva la forma della chiave della lunetta, che avanza nella volta maggiore.

La figura 6 è quella dei peducci chiamati contro-chiavi, e la figura 7 rappresenta uno dei cuscinetti o primo peduccio comprendente l' origine delle due volte che s' incontrano in B. Per ciascuno di questi peducci si è indicata la massa in cui debb' essere compreso e le faccie che devono esser fatte prima, per applicarvi quindi i modelli delle pareti e delle commessure che devono servire a tracciarli.

Per meglio facilitare l' intelligenza delle operazioni che abbiamo spiegato, si sono marcate colle stesse cifre e colle stesse lettere tutte le parti che si corrispondono.

Botte retta, simile alla precedente, penetrata da un' altra di minor diametro, che la incontra obliquamente.

La proiezione della pianta, figura 8, lo spaccato ed il profilo, figura 9 di questa riunione di volte non differiscono da quelli della precedente che per la posizione obliqua della volta minore che dà per lo

spigolo della lunetta una curva formante una specie d'arco rampante in pianta ed in elevazione, figure 8 e 10.

La pianta figura 8, sulla quale si è descritta la proiezione delle commessure, è stata fatta col mezzo dei profili o archi retti, perpendicolari alla direzione di ciascuna volta, e divisi in peducci colla forma del loro estradosso, cioè: B, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *q* pel minore, ed L, 4, 3, 2, 1, B pel maggiore, figura 9. In questa figura si è indicata la sezione della volta minore, per avere lo sporto di ciascuna di queste unioni nella maggiore, onde tracciare in pianta la proiezione dello spigolo della lunetta, col mezzo di perpendicolari abbassate fino all'incontro delle unioni della volta minore descritte sulla pianta.

Questo spigolo formato dall'incontro delle due volte, dà una curva a doppia curvatura chiamata *ellissimbro*, perchè la sua altezza è minore della metà del diametro che gli serve di base. Questa curva, del pari che il cicloimbro, di cui si è parlato trattando del pezzo precedente, non può essere tracciata nel suo stato naturale che sopra una superficie curva simile a quella della grande o della picciola botte. Così l'elevazione di questa curva, espressa dalla figura 10, non è che una proiezione verticale riferita alla linea AB, che non la rappresenta che accorciata.

Si può anche tracciare questa curva in tutta la sua estensione sulla superficie sviluppata della volta minore, cioè sulle faccie delle pareti, e si effettua applicando sopra ciascun peduccio quand'è incavato, il modello della faccia che corrisponde ad esso; questo modello dev'essere fatto di cartone o di qualch'altra materia flessibile. Lo sviluppo delle faccie esterne e delle commessure, figura 12, è stato fatto col mezzo della retta o direttrice B*q*, eguale alla circonferenza B, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *q*, dell'arco retto della volta minore; per questi punti che indicano le divisioni delle faccie, si sono condotte delle perpendicolari sulle quali si sono portate sopra e sotto della direttrice B*q*, le lunghezze *a'r* ed *ra''*; *b's* ed *sb''*; *c't* e *tc''*; *d'u* ed *ud''*; *ev* e *ve''*; *f'x* ed *xf''*, prese sulla pianta di proiezione, figura 8, secondo la linea B*q*.

Si è operato del pari per le faccie delle commessure; così dopo aver prese le loro larghezze sull'arco primitivo della volta indicato da *a*, 13; *b*, 8; *c*, 9; *d*, 10; *e*, 11; *f*, 12, si sono portate le loro lunghezze dopo la linea B*q*, indicate sulla proiezione della volta minore colle linee punteggiate *n*, 14 e 14, 9''; *h*, 15 e *g*, 16; *o*, 17 e 17 10'',

ecc.; e il di più come si è detto pel pezzo precedente. Non si deve obliare che questo sviluppo non è che l'estensione in larghezza della proiezione orizzontale della volta minore, rappresentata dalla figura 8.

La figura 13 rappresenta il primo peduccio o cuscinetto corrispondente all'angolo ottuso, colla massa di pietra nella quale è compreso. Tutti gli angoli sono indicati colle lettere stesse della proiezione orizzontale figura 8.

OSSERVAZIONE

L'effetto spiacevole risultante dall'incontro di due botti oblique serve a confermare ciò che più indietro abbiamo detto, cioè: ciò che urta o per forma o per disposizione è quasi sempre contrario alla solidità. Così nel pezzo che abbiamo or ora dettagliato, l'obliquità dà luogo ad angoli ineguali, che, indipendentemente dall'irregolarità della loro forma, producono degli sforzi che non si corrispondono punto, ed angoli acuti viziosi.

La figura 14 indica la maniera di correggere questa irregolarità e di formare una costruzione più solida, sopprimendo l'angolo acuto, col mezzo di una parte di botte ABCD perpendicolare alla volta maggiore, che si accorderebbe con la parte obliqua, quando non si possano evitare queste penetrazioni irregolari.

CAPO QUARTO

DELLE DISCESE

Quando l'obliquità di una volta a botte che ne incontra un'altra è nel senso dell'altezza le si dà il nome di discesa. Tali sono le volte che si praticano sopra le scale discendenti nei sotterranei a volta, o sotto i gradini ed i rami delle scale.

Discesa retta incontrante una volta a botte.

Colle figure 1 e 2 della Tavola XXXIX si è rappresentata una volta a botte in declivio che ne incontra un'altra più grande ed orizzontale, ad angoli retti.

Gli sviluppi o proiezioni orizzontali di questo pezzo di taglio sono fatti colle stesse operazioni de' precedenti.

Ma conviene osservare che la proiezione della picciola botte, figura 1, che negli esempi precedenti dava le vere lunghezze delle commessure, non le presenta in questo caso che accorciate in causa dell'inclinazione di essa, espressa dal profilo, figura 2. In conseguenza, per questo caso, lo sviluppo delle faccie esterne e delle commessure è un'estensione in lunghezza ed in larghezza della loro espressione nella proiezione orizzontale, figura 1.

Le vere larghezze sono state prese sugli archi retti B, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, A per la picciola botte, e sono le stesse che nelle figure 4 e 5; e sull'arco G, 4, 3, 2, 1, per la metà della maggiore, figura 3. Quanto alle lunghezze, sono tutte prese sul profilo, figura 2.

La figura 7 rappresenta la forma del primo peduccio o pulvinare corrispondente all'angolo B, figura 1.

La figura 8 è quella del terzo peduccio.

La figura 9, quella della contro-chiave, e la figura 10 indica la forma della chiave.

Dietro tutto ciò che è stato spiegato pei due pezzi precedenti,

siccome le lettere e le cifre simili indicano per questo, in ogni figura, le parti corrispondenti, faremo a meno di più lunga spiegazione. D'altronde se s' incontrasse qualche difficoltà, sarebbe a proposito il rivedere ciò che si è detto nel Capo I, 2.ª sezione di questo Libro dalla pagina 75 alla 81, perchè vi si trovano tutti i princìpi ne' quali sono fondate le operazioni dell' arte di tracciare tanto le proiezioni quanto gli sviluppi.

Discesa in isbieco incontrante una botte.

Le figure 11 e 12 rappresentano la proiezione orizzontale ed il profilo di una volta a botte che ha una doppia obliquità, rapporto a quella ch' essa incontra. Da questa posizione risulta che non si possono avere nè sopra una nè sopra l' altra di queste figure le vere grandezze che rappresentano.

È perciò che fu necessario un secondo profilo, figura 13, sulla faccia AD, per avere le lunghezze delle commessure onde formare lo sviluppo delle faccie, figura 15, le cui larghezze sono date con archi retti ed archi di fronte.

È utile osservare che la volta maggiore essendo obliqua a questa proiezione, il profilo della sua curvatura rappresentato dall' arco HB nella figura 12, si trova espresso in questo profilo da proiezioni di ellissi simili, determinate da perpendicolari elevate da tutti i punti ne'quali la proiezione in pianta delle commessure taglia la linea AB supposta orizzontale, e continuate fino all'incontro delle giunture del nuovo profilo.

Le figure 17, 18 e 19 indicano la forma dei tre primi peducci corrispondenti all'angolo A, colla massa in cui sono compresi, come pure le commessure e le faccie sulle quali devono essere applicate le sagome delle pareti, delle teste e delle commessure.

Come nei pezzi precedenti, si sono indicate colle stesse lettere le parti che si corrispondono, in modo che basta esaminarle con attenzione per intenderle bene indipendentemente da veruna spiegazione.

OSSERVAZIONE

Gli angoli acuti che risultano dalla doppia obliquità della botte minore, e l' irregolarità dello spigolo formato dall' incontro di due botti, ci

obbliga a ripetere ciò che abbiamo detto sulla botte a sbieco della Tavola precedente, figura 8; cioè che sarebbe necessario sopprimere gli angoli acuti, ancor più viziosi in questo che nell'altro pezzo, in causa dell'inclinazione della botte minore, che rimanda sopra questi angoli un peso più grande.

Se si è ben inteso questo pezzo di taglio, che è uno dei più complicati sulle volte a botte che si penetrano, si potranno facilmente risolvere tutte le difficoltà dello stesso genere qualunque sia in pianta ed in elevazione la forma delle volte a botte che s'incontrano; erette sopra muri retti o circolari in pianta; a tutto sesto, rialzati od abbassati; formate con archi di cerchio, d'ellissi, o d'altre curve qualunque prese pel loro arco diritto, e di cui si troverà lo scorcio o l'allungamento, coi processi da noi indicati nei pezzi precedenti.

CAPO QUINTO

DELLE VOLTE A CROCIERA

Due volte a botte d'eguale altezza di curvatura le quali s'incrociano, formano alla loro riunione angoli saglienti che hanno fatto dare a quest' assieme il nome di volta a crociera. Siccome una stessa botte può essere incrociata da molte altre spaziate egualmente o inegualmente, paralelle fra loro od oblique, orizzontali o inclinate, ne risulta che una stessa botte può presentare un' infinità di combinazioni diverse, che possono anche essere aumentate dalla varietà delle curve che si possono impiegare per la curvatura primitiva; ma convieue osservare che in questo infinito numero di combinazioni, non sono mai che gli spigoli o parti comuni alle botti che s' incrociano quelle che presentano qualche difficoltà e che d' altronde la maniera d' operare è la stessa per tutti i casi possibili. Tre esempi basteranno per guidare nelle operazioni di questo genere, e far conoscere le combinazioni che si debbono evitare per unire la regolarità alla solidità.

Volta a crociera sopra una pianta rettangolare.

Questo primo esempio di volta a crociera rappresentato dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola XL, è formato da due botti di una stessa altezza di curvatura e di diametri diversi, che s' incrociano ad angoli retti.

Per evitare il cattivo effetto risultante dalle curvature rialzate si è preso per curvatura primitiva quella della picciola hotte formata da un quarto di circonferenza di cerchio AEB, figura 2, che dà delle curvature ellittiche ribassate DEF, e CdH per la botte maggiore, e per gli spigoli formati dall' incrociamento di queste botti.

Convien osservare che quando gli spigoli hanno una stessa altezza di curvatura, la proiezione in pianta degli spigoli IC, IG, figura 1, è sempre una linea retta, perchè si suppone ciascuna lunetta formata da parti di cilindri tagliati obliquamente da piani verticali che si riuniscono in I, ove formano un angolo CIG.

Se la pianta formata dall' incrociamento delle due botti è un quadrato, gli angoli delle lunette sono retti; ma se è un rettangolo come nella volta di cui si tratta, gli angoli delle parti che si congiungono sono complementi l'uno dell' altro, cioè la loro somma è eguale a due angoli retti; in guisa che l'angolo della lunetta corrispondente alla botte maggiore è ottuso, e l'altro è tanto più acuto quanto più i lati del rettangolo differiscono fra loro.

La proiezione delle unioni in questa specie di volta, figura 1, si fa abbassando dai punti di divisione degli archi retti della botte picciola e della grande, delle paralelle all' asse fino all' incontro delle diagonali indicanti gli spigoli delle lunette.

La volta di cui si tratta in quest' esempio essendo regolare non si è fatta la proiezione che di una metà, dovendo l'altra essere perfettamente simile.

Convien osservare che le proiezioni delle unioni dell' intradosso o faccia inferiore dell' arco retto della botte minore sono quelle che danno le proiezioni delle unioni della botte maggiore; perchè la regolarità e la simmetria dell' apparecchio esigono che le unioni di ciascuna parte della botte sieno paralelle al loro asse e che s'incontrino sulla proiezione degli spigoli formati dalla loro riunione.

Su queste ultime unioni prolungate oltre la linea DF, rappresentante il diametro della botte maggiore, si è portata dalla destra e dalla sinistra dell' asse EI la grandezza delle ordinate al quarto di cerchio EB formante l'arco retto della picciola botte, cioè 1*b* in 5*f* e 12*n*; 2*c* in 6*g* ed 11*m*; 3*d* in 7*h* e 10*l*; 4*e* in 8*i* e 9*k*; quindi pei punti D, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, F, si è descritta una semiellisse che è la curva dell' intradosso della botte maggiore. Per aver quella dell' estradosso si sono abbassate dai punti 13, 14 e 15 dell' arco retto della picciola botte altre paralelle all' asse fino all' incontro della diagonale IC nei punti 17, 18 e C, pei quali si sono condotte delle paralelle ad IK, sulle quali si sono portate, partendo dal diametro DF, B15 da D in 19 e da F in 24; 25, 14 da 27 in 20 e da 30 in 23; 26, 13 da 28 in 21 e da 29 in 22; e pei punti 19, 20, 21, 22, 23 e 24, si è descritta la curva d'estradosso corrispondente alla volta maggiore.

L'uso ordinario di tracciare i tagli di questa specie di volta è di condurre le linee pei punti 19, *g*; *h*, 20; *i*, 21; *k*, 22; *l*, 23 ed *m*, 24, corrispondenti dall' intradosso all' estradosso della volta; ma risulta che

questi tagli tendendo tutti al punto K, metà di DF, non sono perpendicolari alla curva dell'intradosso DEF, che è un'ellisse; e che invece di formare degli angoli eguali, producono angoli acuti ed ottusi, il che deroga al principio generale del taglio delle pietre, e diviene tanto più viziosa quant'è più grande la differenza fra i diametri delle due botti. Questa pratica viziosa che si trova indicata da molte opere che trattano del taglio delle pietre, proviene dal supporre che il piano verticale secante il cilindro secondo le diagonali AI ed IB debba pur tagliare la grossezza della volta nella stessa direzione. Questa è la supposizione che dà unioni che non sono perpendicolari alla curva allungata della botte ellittica.

Per evitare questa disposizione viziosa è necessario che le sole unioni apparenti dell'intradosso s'incontrino sulle diagonali, e che si dia secondo queste linee a ciascuna botte il taglio che le conviene. Con tal mezzo si soddisfa alla regolarità apparente ed alla solidità che deve sempre essere l'oggetto essenziale.

Da quest'ultima disposizione risulta che la proiezione dello spigolo rientrante dell'estradosso non corrisponde esattamente allo spigolo sagliente dell'intradosso; ma questo leggiero inconveniente, che non si conosce che sul dettaglio, è nullo in confronto di quello di non avere delle giunture perpendicolari alla curva.

Nella proiezione CDIK, figura 1, e nel profilo corrispondente DEL, figura 3, si è espresso l'uso adottato pel rimando delle unioni dell'estradosso; ma nella proiezione IGFK e profilo FEL, si sono fatti i tagli della botte ellittica perpendicolari alla sua curva. Conviene sempre seguire questa disposizione per lo sviluppo dei peducci formanti spigoli, i quali come abbiamo detto sono le sole parti delle volte a crociera che presentino qualche difficoltà.

Primo modo di tracciare le pietre per isquadratura.

Sulla proiezione in pianta BAICDK, figura 1, si traccierà la disposizione dei peducci formanti gli spigoli, e la massa quadrata nella quale debbono essere contenuti, e s'indicherà del pari sui due profili che vi corrispondono: ciò fatto, per tracciare le pietre che devono formare tali peducci, quello per esempio indicato in pianta dal rettangolo *td'' Ch'* ed in alzato, figura 2, da *d'*, 38, 39, 40, e figura 3, da

41, 42, 43, 44; scelta che sia una pietra bastantemente grande perchè questo peduccio vi possa essere compreso, si fa appianare la superficie inferiore sulla quale si descrive il rettangolo *d''*, *t*, *h'*, C; quindi si fanno tagliare in isquadro con questa superficie le giunture indicate dalle linee C*d''* e C*h'*. Sulla commessura *d''*C si descrive con una sagoma od altrimenti la faccia 14, *d*, *c*, 15 del profilo, figura 2, e sulla commessura C*h'* la faccia *g*, 19, 20, *h* del profilo, figura 3. Abbattendo quindi la pietra superflua si formano le superficie d' intradosso e quelle dell' estradosso, che debbono essere terminate in linea retta nel senso di *th'* e di *td''* e in linea curva sugli altri due lati. L' incontro di queste due superficie formerà naturalmente al di sotto lo spigolo dell' intradosso sagliente e al di sopra quello dell' estradosso rientrante, come si vede dalla figura 4.

Circa alla chiave, figura 5, fatta che sia la superficie al di sotto provvisoriamente retta in tutta la sua estensione, vi si traccierà il rettangolo *x*, *y*, *z*, *z'* colle diagonali e colle linee del mezzo che s'incrocino nel punto I; colla squadra si faranno le quattro commessure all' intorno, e sulle due indicate dalle paralelle *xz'*, *yz*, si traccierà la faccia della chiave della botte circolare, figura 2; e sulle altre due faccie quella della botte ellittica, secondo il profilo figura 3; abbattendo in seguito, come si è detto pel peduccio antecedente, la pietra superflua, e formando le superficie indicate, si sarà eseguita la chiave come lo esprime questa figura. Gli altri peducci si segnano e si formano nella stessa maniera.

Altra maniera colle sagome delle faccie e la falsa squadra.

Il metodo precedente ha il vantaggio di esser facile e di offrire risultati giustissimi; ma produce molto maggior perdita nella pietra, della quale è necessario economizzare in tutti i casi. Si adopera in una maniera più economica facendo uso pel peduccio *c'*, *d''*, *t*, *h'*, *g'*, *u'*, dei modelli piani indicati dalle linee rette *d*, *c*, figura 2, e *g*, *h*, figura 3, invece dei pezzi *d*, *d'*, *c*; e *g*, 41, *h*. Questi modelli sono rappresentati in iscorcio nella proiezione in pianta, figura 1, ove sono indicate con lettere *u*, *c'*, *d''*, *t*; ed *u*, *g'*, *h'*, *t* formanti colla loro unione uno spigolo in *tu*.

Per trovar l' angolo che queste due faccie devono formare, mi-

surato sulla linea 33h' perpendicolare a tu, convien condurre sulla parte della curva di spigolo $t' u'$, corrispondente a tu, una linea retta $t'u'$, e dal punto t una paralella indefinita ad IC; prolungata 33h' fino all' incontro di questa paralella al punto 34, da questo punto si abbasserà sopra $t'u'$ una perpendicolare 34, 35, che si porterà da 36 in 37; tirando quindi le linee 33, 37 e 37,h', esprimeranno l' angolo che debbono formare le due faccie nel punto dello spigolo tu.

Per tracciare la pietra che deve formare questo peduccio, si leverà con una falsa squadra, cioè con due regoli uniti insieme a cerniera per formare un angolo qualunque, l' angolo 33, 37, h'; presa quindi una pietra di grandezza conveniente, figura 6, vi si traccerà nel mezzo una linea retta indefinita per rappresentare tu: indi colla falsa squadra posata perpendicolarmente a questa linea, si formerà l' angolo di riunione delle pareti piane. Sulle due faccie che ne risulteranno, si metteranno i modelli di queste pareti sviluppate, in guisa che si congiungano sullo spigolo $t' u'$.

Descritte le faccie piane col mezzo di tali modelli o in un altro modo, si faranno lungo le linee $g''h''$ e $d''c''$ prolungate, due commessure formanti angoli retti colle pareti. Fatte queste commessure vi si applicheranno i modelli delle teste, cioè 14, d, c, 15, sopra d'' c'' e 19, g, h, 20, sopra g'' h''; si terminerà il peduccio abbattendo la pietra superflua secondo la traccia dei modelli, come indica questa figura.

Lo sviluppo dei modelli delle pareti può farsi come è stato spiegato pei pezzi precedenti; prendendo la loro larghezza sugli archi, figure 2 e 3, e le lunghezze sulla proiezione orizzontale, figura 1, secondo le linee GO e GC prese per direttrici. Sullo sviluppo intero si rimarca quello delle parti che formano gli spigoli. Si può anche disporli come si vede nella figura 7.

Per fare lo sviluppo di questi spigoli, si sono tirate sulla loro proiezione, figura 1, da una parte le diagonali qk'', pl'', om'', Gn'', e dall' altra qe'', pd''' oc'' e Gb''. Considerando quindi che tali diagonali accorciate formano uno dei lati di un triangolo rettangolo di cui l' altro lato è la differenza fra l' altezza dei punti G, o, p, q, e quella dei punti n'', m'', l'' e k'', da una parte, e b'', c'', d''' e'' dall' altra, in guisa che la vera grandezza di queste diagonali è espressa dall' ipotenusa di ciascuno di tali triangoli; ne risulta che se si porta qk'' sulla curva-

tura figura 3 da g' in q'', l'ipotenusa kq'' sarà la grandezza sviluppata di qk'', figura 1; quella dello spigolo rq o del suo eguale st è espressa dal lato $s't'$ inscritto nella curva dello spigolo.

I lati rk'', ql' essendo espressi in pianta nella loro grandezza, si ha tutto ciò che necessita per descrivere la parete $rql'k''$ in tutta la sua estensione: tirata una linea indefinita rG, figura 7, si porterà sulla grandezza sviluppata dello spigolo rq eguale ad $s't'$. Quindi per la parte corrispondente alla lunetta grande, dal punto r come centro e col raggio rk'' si descriverà un arco di cerchio che s'incrocierà con un altro descritto dal punto q con un raggio eguale alla diagonale qk'' sviluppata, presa sulla curvatura figura 3, da k in q''. Dal punto q col raggio ql'' preso sulla proiezione, figura 1, si descriverà un arco di cerchio che s'incrocierà con un altro descritto dal punto k'', figura 7, con un raggio eguale alla corda kl della curvatura della figura 3.

Per la parte corrispondente alla picciola lunetta, si descriverà dal punto r come centro, figura 7, e col raggio re'', preso sulla figura 1, un arco che s'incrocierà con un altro descritto dal punto q, e con raggio eguale alla diagonale qe'' sviluppata, presa sulla curvatura, figura 2, da e in q'''; quindi dal punto q come centro e col raggio qd'' preso sulla proiezione figura 1, si descriverà un arco di cerchio che s'incrocierà con un altro descritto dal punto e'' con un raggio eguale alla corda de della ourvatura figura 2.

Si traccieranno gli altri modelli delle faccie, figure 8, 9 e 10, facendo i lati qd''' ql'', pc' pm', pc''' pm'', ob' on', ob'' on'', G 46 e G 45, eguali a quelli della proiezione, figura 1; le diagonali pl'', om'', Gn'' eguali ad lp'', mo''; nG' della curvatura, figura 3, e le diagonali pd''', oc'' e Gb'' eguali a dp''', co''' e bG''' della curvatura, figura 2.

I lati $m'l''$, $n'm''$ e 45 n'' eguali alle corde lm, mn, nF della curvatura, figura 3, e i lati d''' c', $c''b'$, b'' 46 eguali alle corde dc, cb e bB della curvatura, figura 2.

Volta a crociera irregolare, sopra un quadrilatero a lati ineguali.
(Figura 11)

La curvatura primitiva d'onde derivano tutte le altre curvature di questa volta è una semicirconferenza di cerchio, figura 12, messa

perpendicolare all' asse della lunetta che corrisponde al lato minore. Questa curvatura sulla quale si è determinata la divisione dei peducci e la forma dell' estradosso, dà delle ellissi più o meno allungate per ciascuna faccia, rappresentate dalle figure 13, 14, 15 e 16, e per gli spigoli formati dall' incontro delle quattro parti di volta a botte, figura 11.

Si è determinata la direzione di queste botti dividendo ciascun lato in due parti eguali, e tirando dal centro I, ove s' incrociano le diagonali rappresentanti gli spigoli, le linee rette IE, IF, IG ed IH, a ciascun punto di mezzo.

Le commessure apparenti dell' intradosso, indicanti i ranghi dei peducci, sono rappresentate in questa figura, o proiezione, con parallelle alle linee IE, IF, IG, IH. Si sono indicate pure quelle dei peducci formanti gli spigoli e le chiavi, con linee paralelle a ciascuna faccia, onde rendere meno disgustosa l' irregolarità della pianta.

Le figure 17, 18, 19 e 20 esprimono gli sviluppi delle faccie piane dei peducci dello spigolo IC, e le figure 21, 22, 23 e 24 quelli dei peducci dello spigolo ID.

Essi sono stati fatti col metodo indicato nella volta precedente, cercando l' allungamento delle diagonali, e delle corde rappresentate in iscorcio in questa proiezione, come sono $d''''c''''$, $l'd''''$ $l'd''$ e $c''d''$ pel peduccio indicato dalle lettere M', N' (che si trovano pure sulle curvature, figure 13 e 14), sulle faccie corrispondenti di questo cuneo marcato colle stesse lettere sulla curvatura dello spigolo, cioè per M, $d'c^1$ per $d''''c''''$, $d'l^1$ per $d''''l^1$; e per N, $c'd''$, per $c''d''$, l^3d'' per $l'd'''$, ed $l'm'$ dello spigolo per $l'm^1$; e così delle altre.

Si può far a meno di questi sviluppi, descrivendo i peducci con semisquadrature: così pel peduccio rappresentato dalla figura 25, si suppone che si abbia tagliato un prisma avente per base la proiezione indicata dalle lettere L'K'; si è marcata la massa di pietra in cui è compreso il peduccio, essa è tracciata pure sulla proiezione e le curvature, figure 14 e 15, che rappresentano due faccie di questo peduccio marcate LK.

In questa figura, come in tutte le altre relative a questa volta, le parti corrispondenti sono indicate dalle stesse lettere in modo che il solo studio delle figure basta, dopo ciò che abbiamo detto, alla intelligenza di tutte le parti di questa volta.

Volta a crociera sopra un esagono regolare.

La figura 1 della Tavola XLI presenta il dettaglio o proiezione orizzontale di questa volta. Vedesi ch' essa è composta di sei parti di volta a botte, tagliate in modo da formare delle lunette simili che si riuniscono nel punto G.

La direzione di queste volte è perpendicolare ai lati del poligono a cui corrispondono, in guisa che gli assi combinano di due in due sui lati opposti.

Le linee di proiezioni, indicanti i ranghi dei peducci, sono parallelle a questi assi e s' incontrano sulle diagonali o raggi che rappresentano gli spigoli, sulle quali esse formano angoli di 60 gradi, disposti regolarmente attorno il centro G, corrispondente ad una sola chiave, la cui figura è simile alla pianta della volta. Queste proiezioni sono state fatte secondo la curvatura primitiva figura 2, che è la stessa per tutte le lunette in causa della regolarità della volta.

La figura 3 rappresenta una sezione di questa volta sulla linea HGI, che fa vedere la curvatura degli spigoli, la lunetta K in faccia e le due L ed E vedute in fianco od in iscorcio.

Conviene osservare che in questa volta, come nelle precedenti, non v' ha che la chiave ed i peducci formanti gli spigoli i quali presentino qualche difficoltà nell' esecuzione, gli altri debbono essere considerati come peducci di volte comuni a botte.

Siccome si può prescindere dai modelli delle pareti per segnare le pietre che debbono formare i peducci degli spigoli, così non si sono fatti; ma d' altronde si opera con maggior precisione servendosi delle proiezioni orizzontali.

In quanto alla chiave centrale rappresentata dalla figura G 7, converrà cominciare dal levare la sagoma della sua proiezione in pianta, marcata G, figura 1, e quella di una delle sue faccie o commessure verticali N, figura 2; fatta quindi appianare una delle faccie della pietra, vi si applicherà il modello G per tracciarvi il suo contorno senza le incavature. Dato questo disegno si faranno tagliare le commessure all' intorno perpendicolari alla faccia appianata che non è se non preparatoria. Fatte queste commessure vi si applicherà il modello N per tracciarne il profilo, cioè le curve d' estradosso e d' intradosso; si

formerà poscia questa chiave tal quale è rappresentata a metà nella parte superiore della figura 7, abbattendo la pietra al di fuori delle linee tracciate.

È utile rimarcare che dietro il genere d'apparecchio che esige questa volta, essendo tutte a piombo le commessure attorno la chiave centrale, essa non trovasi sostenuta che dagli angoli acuti 1, 2, 3 e 4 delle controchiavi, suscettibili di essere infranti al minimo sforzo. Non si possono rafforzare i tagli di questi angoli che sopprimendo le chiavi particolari *o*, *o* delle volte a botte corrispondenti alla chiave centrale; ma avviene allora che gli angoli acuti 1, 2, 3 ecc., degli spigoli che formano le controchiavi, non trovandosi più contenuti dalle chiavi particolari, divengono ancor più fragili. Così è meglio nelle volte a crociera di questo genere, prolungare la lunghezza delle chiavi particolari oltre gli angoli acuti degli spigoli formanti controchiavi, onde dare alla chiave centrale un taglio tutto attorno, come si è marcato per una metà nella proiezione, figura 1, colle cifre 7, 8, 9 e 10. Questo ultimo mezzo è preferibile tanto più, quanto gli angoli degli spigoli sono più acuti, sia pel numero dei lati del poligono formante la pianta della volta, sia per la loro ineguaglianza, come nelle volte rettangolari o a rombi, i lati contigui delle quali differiscono molto in grandezza.

Convien anche osservare che in tali specie di volte ogni parte di botte essendo sostenuta dalla sua chiave particolare, lo spazio occupato dalla chiave centrale potrebbe essere vuoto senza nuocere alla loro solidità; e che i tagli che si propone di dare a questa chiave non hanno altro oggetto che quello d'impedirle di strisciare e nulla aggiungono alla solidità dell'assieme.

Gli altri peducci degli spigoli rappresentati dalle figure 4, 5 e 6 sono tracciati con semiquadrature. Si suppone che siasi cominciato dal far tagliare de' prismi di base simile alla loro proiezione in pianta presa sulla figura 1; si applicano quindi sulle faccie o commessure che devono essere a piombo, le parti della curvatura primitiva, figura 2, che vi corrispondono.

Questi modelli soli bastano, dopo la prima preparazione, a descrivere e sviluppare le altre faccie delle pietre che devono formare questi sviluppi.

Si sono rappresentati come negli esempi precedenti gli angoli di

ciascuno di tali peducci con lettere e cifre corrispondenti alle figure 1, 2 e 3 onde facilitare l'intelligenza.

Volta gotica a crociera.

Le figure 8 e 9 della Tavola XLI presentano la pianta e la sezione di una volta gotica sopra una pianta esagona come quella della precedente. Queste specie di volte, come l'abbiamo già osservato nei preliminari della sezione 3.ª del Libro III, pagina 105, non sono composte che d'una combinazione di archi retti o segmenti di cerchi, minori di 90 gradi, che si riuniscono per formare diversi compartimenti. Gl' intervalli sono di pietre, murate in malta o in gesso; queste pietre sono picciole abbastanza per prestarsi senza bisogno di un taglio rigoroso alla curvatura di tali riempimenti.

Siccome tutti gli archi degli spigoli in questa volta sono simili, per eseguire i peducci che li compongono non occorrono che due sagome prese al punto ove si staccano dai piloni; una sulla figura 8, che dà le superficie superiore ed inferiore, o sezioni, come F, figura 11, e l'altra pel profilo dell'altezza compreso fra le curve d'estradosso e d'intradosso, *cghd*, figura 9.

La chiave può essere considerata come una piramide tronca e rovesciata, la cui base è un esagono inscritto in un cerchio figura 14.

Il modo più conveniente di farla è con una semisquadratura. Si comincia dal far appianare una superficie preparatoria indicata dalla linea *lm*, figura 9, sulla quale avendo descritto il poligono espresso dalla figura 14, formante la base di questa piramide, si faranno tagliare le sue superficie inclinate secondo l'angolo *p*, *m*, *o*, figura 9. Sopra ciascuna delle sue superficie si traccierà a distanze indicate dalle lettere *k* ed *n* delle linee paralelle, le prime delle quali marcheranno il contorno della commessura d'estradosso, e le altre quella d'intradosso. Il punto di accordo degli archi è occupato dallo spessore del rosettone o fondo di lampada, onde i costruttori gotici usavano ornare la parte inferiore della chiave principale delle grandi volte.

Siccome le origini degli archi degli spigoli e di quelli formanti lunetta si riuniscono sullo stesso pilone, la figura 10 fa vedere la maniera onde le sezioni si accordano colla massa, laddove queste parti d'arco vi sono ancora impegnate.

Volte a doppia crociera e a tutto sesto.

Nelle volte a crociera semplice le parti di volta a botte formanti lunette sono supposte tagliate dal solo piano che forma la loro congiunzione immediata; ma nelle volte a crociera doppia come quella rappresentata dalle figure 1, 2 della Tavola XLII, invece di un solo piano OE, si suppongono due sezioni nel punto di ciascuna penetrazione EP, EN, formanti insieme un angolo più o meno aperto, e l'intervallo che lasciano fra loro è riempiuto da una terza parte di volta a botte che si accorda colle altre due.

Queste botti essendo di diametri diversi si è presa la più piccola per formare la curvatura primitiva, che è una semicirconferenza di cerchio ABD; le altre curvature sono ellissi formate colle ordinate a questo cerchio.

Per fare la proiezione delle commessure indicanti i ranghi di peducci, si comincia come nella volta a crociera comune, dall'abbassare dalla curva primitiva ABD, figura 2, divisa in peducci, delle paralelle all'asse BO fino all'incontro della diagonale OE ai punti 1, 2, 3 e 4, per un quarto di volta, essendo gli altri simili per la regolarità della figura: da questi punti si elevano altre paralelle all'asse OR per formare la curvatura della botte grande HRI, figura 3. Fissata quindi la posizione dei doppi spigoli EP, EN, le cui proiezioni sono linee rette, dai punti $e'e^1$, $f'f^1$, $g'g^1$ ed $h'h^1$ ove queste linee sono tagliate da quelle che indicano la direzione dei primi peducci, se ne conducono altre che marcano quelle delle commessure della parte di botte formante i doppi spigoli.

Quest'esempio ci offre una nuova occasione d'applicare il principio che vuole che nella formazione di tutte le specie di volte si abbia riguardo alla specie di superficie che devono presentare. Le superficie di volte o parti di volte a botte essendo, come quelle dei cilindri a cui corrispondono, rette in un senso e curve nell'altro, il loro apparecchio deve essere disposto in modo che le commessure di letto, indicanti i ranghi dei peducci, seguano la direzione in linea retta e che le commessure saglienti che dividono ciascun rango seguano la direzione in linea curva.

Così pel quarto delle volte di cui trattasi, le commessure di letto

dei peducci seguono per ciascuna parte di botte la loro direzione in linea retta e paralella al loro asse; sono espresse sulla proiezione orizzontale figura 1, da tre linee per ogni rango di peducci, indicati da h^1, h^2, h^3 ed h^4; g^1, g^2, g^3 e g^4; f^1, f^2, f^3 ed f^4; e^1, e^2, e^3, e^4, corrispondenti da una parte alla semicurvatura primitiva figura 2, e dall' altra alla semicurvatura ellittica figura 3.

Queste linee essendo paralelle al piano di proiezione, sono rappresentate nella loro grandezza e disposizione reale, mentre le commessure saglienti I*k*, *lm*, *no* e *pq*, sono proiezioni in iscorcio degli archi $Gh^4h^3g^4$, f^4e^4, ed e^4R; del pari che la linea retta CD è la proiezione del quarto di cerchio DB, e le rette EP, EN, GS sono proiezioni del quarto di ellissi di cui esse sono i semiassi maggiori, essendo i minori tutti eguali al raggio CB.

Nella figura 4 si sono raccolti gli sviluppi delle pareti piane dei tre primi peducci formanti doppi spigoli. Questi sviluppi sono fatti col metodo indicato pei pezzi precedenti. Il loro allungamento è preso sul quarto d' ellissi HTV formante l' arco retto della botte in sezione terminato dai doppi spigoli.

La figura 5 rappresenta la prospettiva del quarto di questa volta, sul quale si è tracciato l' apparecchio dei doppi spigoli.

Nella figura 6, si è fatto vedere il rilievo del terzo peduccio tracciato con una semisquadratura secondo la sua proiezione in pianta; le pareti di testa sono prese sulle curvature, figure 2, 3, e quelle di faccia sulla figura 4.

Come nei pezzi precedenti, si sono marcate colle stesse cifre e lettere, in ciascuna figura, le parti corrispondenti per meglio farne sentire i rapporti e gli sviluppi.

Conviene osservare che questa disposizione di volta dà ottusi gli angoli degli spigoli e per conseguenza più solidi. La parte del mezzo formante un rombo divien piana e dev' essere apparecchiata come nelle volte di questo genere, con tagli su ciascun lato.

Queste volte, bene eseguite, presentano una forma piacevolissima e sembra che si debbano prestar meglio alla decorazione che non le altre volte a crociera.

Invece di un rombo si può nel mezzo formare un soffitto ad ovale; ma allora l' apparecchio diviene più difficile e rigoroso perchè le commessure di letto delle parti di volta formanti i doppi spigoli

divengono curve, e le loro superficie parti di volta sferica o sferoidale, di cui si tratta nella Sezione 6.ª di questo libro.

Volta gotica a triplice crociera.

Questa specie di volta non è, come la volta gotica precedente, se non una combinazione di archi retti che si riuniscono ad una chiave centrale ed a molte altre chiavi particolari, in ragione degli scomparti che questi archi formano tra loro.

La parte di volta gotica, rappresentata dalle figure 7 ed 8, è del genere di quelle che si vedono nella Chiesa di S. Gervaso di Parigi come in molti altri di siffatti edifici.

Prima d' entrare in verun dettaglio è utile osservare che per la regolarità di questa specie di volta, bisogna che i centri di tutti gli archi o parti d' archi che le compongono sieno situati sopra un piano orizzontale che passa all' altezza delle origini.

Dati gli archi doppi marcati in pianta da AB, CD, e quelli formanti le diagonali EF, figure 7 ed 8, si determinerà prima la curvatura GH passante pel mezzo dei lati che formano la pianta della volta. Perciò tirata che sia la corda GH, si farà passare pel suo mezzo una perpendicolare prolungata fino al punto L ove incontra la linea AM tracciata sul piano orizzontale che passa nel luogo delle origini della volta: questo punto sarà il centro dell' arco GH che deve formare questa curvatura ed accordarsi colle chiavi dei due archi dati.

In quanto alle parti d' arco marcate IN sopra la pianta, alle quali si dà il nome di *terzo arco* si prolungherà il loro mezzo fino in O, si porterà quindi FO della pianta sopra l' elevazione dello spaccato da P in *b*; pel punto *b* si condurrà una paralella all' asse PR che taglierà l' arco precedentemente trovato GH in *d*, e darà l'altezza *bd* dell' arco IO.

Per aver la curva di quest' arco, prendendo per base la diagonale EF della pianta, si porterà IO da E in *q*, e dopo aver elevata la perpendicolare *qg* eguale a *bd* si tirerà la corda E*g*, sul mezzo della quale si eleverà un' altra perpendicolare che segherà la base EF prolungata in *h*, che sarà il centro dell' arco E*g*, elevato perpendicolarmente sopra E*q* eguale ad IO; ma siccome deve fermarsi al punto N, si avrà la sua vera lunghezza portando ON da *q* in *n* ed elevando dal punto *n* una paralella a *qg* che taglierà l' arco E*g* in *i*, ed E*i* sarà l' arco rappresentato dalla proiezione IN.

Per le parti d'arco FN, o catene, *(liernes)* andando dai terzi archi *(tiercerons)* alla chiave del centro, è necessario descrivere sulla stessa base EF il braccio d' arco EH, la cui altezza FH è data; si porterà quindi FN in Fp, e condotta pel punto p una paralella ad FH si porterà al disopra di p in k l'altezza ni del terzo arco e condotta la corda kH si alzerà sul mezzo una perpendicolare che segherà la base EF prolungata in t; questo punto sarà il centro dell'arco formante questa catena la cui lunghezza è espressa da kH.

Si troverà l' arco formante l' altra catena ND o NB che si accorda colla precedente e colla chiave dell' arco doppio CD o AB, portando ND da p in s, ed elevando da quest' ultimo punto una paralella a pk sulla quale si porterà l' altezza CG presa sulla sezione, figura 8, da s in m, e tirata la corda km, si eleverà sul suo mezzo una perpendicolare indefinita che segherà la base EF in un punto che si trova lo stesso che p, o che ne è infinitamente vicino; esso sarà centro dell' arco mk corrispondente a DN.

Per facilitare di più l' intelligenza di queste specie di volte, si è riferita alle figure 9, 10, 11 e 12 la forma sviluppata di ciascuno di questi archi col loro spessore e colla lor divisione in peducci dal punto in cui si staccano dai piediritti.

Le chiavi in questa specie di volta essendo la parte del loro apparecchio che esige più cura ed intelligenza, si è rappresentata quella del centro colle figure 14, 15 e 16 che fanno vedere le proiezioni del disotto e del disopra, e il suo profilo geometrico sopra una scala doppia. Una delle altre quattro chiavi, che sono simili, è rappresentata dalla figura 13.

Convien rimarcare che gli ultimi peducci di tutti questi archi o *nervature* mettono capo alla chiave principale, formando fra loro una chiave, indipendentemente da quella che occupa il centro, di cui rigorosamente si potrebbe prescindere. Questa proprietà avrà senza dubbio fatto nascere la idea delle chiavi pendenti, e delle traforate a ricamo che si vedono in molte volte gotiche, e la cui vista produce grande maraviglia nell' animo di tutti coloro che non hanno alcuna conoscenza dell' apparecchio e della costruzione delle volte (1).

(1) Si vede nella chiesa di S. Stefano del Monte a Parigi un esempio rimarchevole della prima maniera di terminare le volte gotiche. L' opera del dotto Guarini, stampata a Torino

I riempimenti fra le nervature formano delle superficie in isbieco e a doppia curvatura, che sarebbero molto più difficili dell' apparecchio delle parti in pietre di taglio, se non fossero, come l' abbiamo già detto, formati di pietre abbastanza picciole per sostenersi senza taglio studiato e quasi col solo mezzo del gesso o della malta impiegati alla loro posatura. Esse possono così accordarsi colle curvature degli archi che le racchiudono, senz' avere per così dire bisogno d' essere tagliate espressamente, dirigendo con intelligenza il loro rango da una curva all' altra, in ragione della forma che debbono avere queste parti di accordo, in modo da non presentare verun effetto spiacevole.

nel 1737, contiene piante, sezioni e dettagli di molte chiese di questa città, nelle volte delle quali trovasi impiegata la seconda maniera.

CAPO SESTO

DELLE VOLTE A SCHIFO

Abbiamo già detto nei preliminari della Sezione 3.ª di questo libro, pagina 102, che le volte a crociera e a schifo sono composte di parti di volte a botte tagliate in triangoli; e che nelle volte a crociera ciascuna di queste parti non poggia che sopra due angoli, come AD, figura 1, Tavola XLIII, mentre nelle volte a schifo, ciascuna parte triangolare EDC, figura 2, ha per base uno de' suoi lati il quale si appoggia per tutta la sua estensione al muro cui corrisponde. Si può anche osservare che ciascuna parte di volta a schifo è formata da parti staccate da due volte a botte che s'incrociano, per formare la corrispondente volta a crociera, cioè fatta sopra una pianta della stessa figura e grandezza.

La figura 3 presenta la proiezione in pianta d'una volta a schifo sopra una pianta quadrata, la cui curvatura primitiva è una semicirconferenza di cerchio. Questa proiezione indica le commessure dei peducci, quelle dell'intradosso, che sono apparenti, sono marcate da linee piene, e quelle dell' estradosso con linee punteggiate.

Si vede da questa figura che i ranghi di peducci formano dei quadrati vuoti, inscritti gli uni negli altri e suddivisi da commessure perpendicolari ai lati di questi quadrati. Questa proiezione serve a trovare la base dei prismi o paralellepipedi nei quali ciascun peduccio dev'essere contenuto quando si descrive per isquadratura. Questo è il metodo più conveniente sopra tutto quando i primi peducci formano risalto per combinarsi coi muri o piediritti, come nell'esempio di cui si tratta.

La figura 4 è la sezione o profilo corrispondente alla linea LM della pianta, figura 3. Questa sezione serve ad indicare la forma delle commessure saglienti, o verticali, dei peducci di ciascun rango.

Le figure 5, 6, 7 ed 8 indicano gli sviluppi delle faccie piane dei peducci formanti gli spigoli od angoli rientranti che caratterizzano

questa specie di volta. Tali peducci sono indicati in pianta e nella sezione dalle lettere A, B, C, D. La superficie della chiave è marcata E sulla pianta, ed essendovi rappresentata in tutta la sua estensione, non si è creduto bene di darne una figura a parte; d'altronde si può fare a meno di tali sviluppi quando si opera a squadratura.

La figura 10 rappresenta la prospettiva a 45 gradi d'uno dei peducci degli spigoli marcato B nella pianta e nel profilo.

La base del parallelepipedo in cui è compreso vi è marcata colle lettere GHPN e *ghpn*. Tagliato questo parallelepipedo, si applica sulle due faccie verticali formanti l'angolo HPN, il modello *Hhiabg* della commessura, figura 4, e dopo aver tracciate sui letti superiore ed inferiore le linee g', g'', g''', a', a'', a''', per indicare gli angoli rientranti che debbono formare gli spigoli *g*, *b*, *a*, si abbatterà la pietra formando al disopra delle superficie rette per la sezione, e al di sotto delle superficie curve secondo la sagoma; finalmente si terminerà coll'incavare la parte *hi*, per formare il letto e il taglio inferiori.

La figura 9 presenta la forma del primo peduccio di spigolo marcato A sulla pianta e sul profilo; si figura tagliato in un parallelepipedo la cui base è espressa sulla pianta, figura 3, dal quadrato GO*s*R, e nell'alzato, figura 4, dal rettangolo O*hip*S: si suppone tracciato come il precedente, applicando sulle due faccie verticali O*o*S*s* ed *s*SR*r* la faccia di commessura presa sulla sezione figura 4, ed indicata dalle lettere O*hia*F.

La figura 11 indica la forma della chiave marcata E sulla pianta e sulla sezione. Per farla si comincia dal tagliare una piramide tronca, terminata da due basi piane e parallele, indicate in pianta dai quadrati 1, 2, 3, 4 e *d*, *d*, c', c'', e nell'alzato, o sezione piuttosto, da *d*, *e*, 5 e 6. Sopra ciascuna faccia inclinata di questa piramide si applica la faccia E della figura 4, che indica la curvatura dell'intradosso e dell'estradosso della chiave, e si termina abbattendo la pietra oltre le curve tracciate con questo modello.

Per ben formare la faccia d'intradosso, è necessario, dopo aver tracciate le due diagonali, incavarle secondo la parte d' e' della curva del curvamento allungato dello spigolo rientrante sulla diagonale, espressa nella pianta da TVX.

Volta a schifo sopra una pianta ottagona.

Questa volta è espressa in pianta dalla figura 12, ove si vedono la proiezione delle commessure e dei ranghi di peducci cogli spigoli. Tutto ciò che abbiamo detto della volta precedente puossi applicare a questa; conviene nondimeno osservare che i peducci degli spigoli invece d' essere compresi in paralellepipedi a base quadrata, sono contenuti in prismi di base pentagona, come si vede dalla figura 14, rappresentante il peduccio indicato dalla lettera B nella pianta e nella sezione, figura 12 e 13.

La chiave è una porzione di piramide ottagona troncata le cui basi sono formate da un assieme di porzioni triangolari, di superficie curve, incavate al di sotto e rotonde superiormente; essa è rappresentata dalla figura 15.

Le figure 16, 17, 18 e 19 indicano gli sviluppi delle faccie piane degli spigoli.

La curvatura primitiva di questa volta è una semicirconferenza di cerchio espressa da FGH, figura 13; l' allungamento di quella presa nel punto degli spigoli rientranti è espresso da IKL, figura 12.

OSSERVAZIONE

Le volte a schifo sopra piante irregolari presentano una forma spiacevole e sono meno solide: perciò si debbono evitare quant'è possibile, e quasi sempre dipende dall' architetto. Nel caso d'altronde in cui si trovasse costretto ad usarne, l' operazione non è che più lunga senz'essere più difficile. I ranghi dei peducci devono sempre essere paralelli ai muri, in modo che la chiave presenti la forma istessa della pianta. Le proiezioni in pianta danno come per le volte regolari le basi dei prismi nelle quali debbono essere compresi i peducci degli spigoli. Gli spaccati o sezioni, partendo dal centro perpendicolarmente a ciascun lato, danno i profili delle pareti delle commessure verticali, che servono a tracciare i peducci, come l' abbiamo testè indicato. La sola differenza è che nelle volte regolari basta sovente operare per un sol lato o spigolo, essendo gli altri simili; e invece nelle volte irregolari si deve quasi sempre operare per ciascheduno perchè

sono tutti diversi; e siccome la posizione del centro, ossia del mezzo della chiave, si trova a distanze ineguali dai muri, ne risultano curve diverse; ma non sono esse che allungamenti di quella che ha minor larghezza o semidiametro, prendendo tal minore larghezza per raggio della curvatura primitiva.

Volte a schifo allungate.

In quelle rappresentate dalle figure 1 e 2, Tavola XLIV, gli spigoli rientranti seguono le diagonali del rettangolo, il che dà la curvatura corrispondente ai lati minori, assai più allungata di quella che corrisponde ai maggiori; ma siccome questa disposizione non produce un buon effetto, è meglio, allorchè la forma della pianta è più lunga assai che larga, far la parte di mezzo a botte, e disporre gli spigoli a 45 gradi, il che produce una curvatura di volta eguale su tutti i lati. Quest' ultima disposizione è rappresentata in pianta nella figura 7 ed in sezione nella figura 8.

Nelle proiezioni orizzontali di queste due volte, figure 1 e 7, si è espresso la disposizione dei ranghi di peducci e di spigoli indicati dalle lettere L, M, N, O, D e P, Q, R, S, I; l'elevazione delle curve A, *a*, *b*, *c*, *d*, G, ed H *e*, *f*, *q*, *k*, L, formate dagli angoli rientranti di questi spigoli, e la curvatura primitiva C, I, B, comune alle due volte. L'apparecchio delle commessure di queste volte è rappresentato dalle figure 2 ed 8, come pure la forma dell'estradosso.

Le figure 3, 4, 5 e 6 sono gli sviluppi delle faccie piane degli spigoli, marcati L, M, N, O nella pianta figura 1.

La figura 9 rappresenta il peduccio di spigolo indicato nella pianta figura 1, dalla lettera K, colla massa in cui è compreso. Questo peduccio ha pure una parte della cantonata del muro.

Il peduccio di spigolo, rappresentato dalla figura 10, è quello marcato Q nella pianta figura 7; comprende pure la parte dei muri ai quali corrisponde.

La chiave marcata I sulla stessa proiezione è rappresentata dalla figura K.

È facile concepire che per l'esecuzione di queste due volte, che sono regolari e simmetriche, basta fare la metà della loro proiezione in pianta, ed anche il quarto rovesciando le pareti di congiunzione

L, M, N, O; P, Q, R, S degli spigoli, per farla servire a diritta ed a sinistra, del pari che le faccie di commessure indicate nella sezione colle stesse lettere.

Volta a schifo con un soffitto in mezzo.

Questa specie di volta, detta volta a conca, è convenientissima per le grandi sale. La forma che più conviene per eseguirla in pietra è quella che risulta dalla divisione della larghezza in tre parti eguali, due per le parti curve o pei peducci, e la terza pel soffitto del mezzo. Così appunto è disposta la volta rappresentata dalle figure 12 e 13 della Tavola XLIV.

Per procurare a questa specie di volta tutta la solidità di cui è suscettibile, si è determinato il centro dei tagli della parte piana del mezzo, formando sotto il diametro AB un triangolo equilatero avente per base la parte compresa fra i centri EF dei peducci, e per sommità il punto G, dal quale si sono condotti tutti i tagli compresi fra i punti *d*, *l*, determinati dal prolungamento di GE e GF.

Pel restante, tutto ciò che si è detto circa le volte precedenti può applicarsi anche a questa. Gli spigoli essendo tutti simili, come pure i peducci di cui formano la riunione, basta il fare lo sviluppo di un quarto di volta, ed anche di un solo spigolo, marcandovi i peducci da cui deve essere composto, come sono indicati sulla proiezione in pianta, dalle lettere H, I, K, L, M, e sul profilo figura 13, ove sono marcati colle stesse lettere, per avere le commessure del taglio.

Le figure 14, 15, 16 e 17 esprimono gli sviluppi delle faccie piane dei peducci di spigolo, che si rappresentano accorciate nel piano di proiezione. Non si è fatto quello del peduccio M, perchè è espresso su questo piano in tutta la sua estensione.

La figura 18 rappresenta il pulvinare di spigolo, marcato H nella pianta e nel profilo.

La figura 19 indica il peduccio che vi si pone sopra, marcato I nella pianta e nel profilo.

Questi due peducci poggiano l'uno e l'altro su tutto lo spessore del muro e formano la cantonata esterna.

Nella prospettiva di questi peducci si sono indicati, come per quelli delle volte precedenti i paralellepipedi nei quali sono compresi.

SEZIONE QUINTA

APPARECCHIO DELLE VOLTE CONICHE SFERICHE SFEROIDICHE CONOIDICHE DELLE VOLTE COMPOSTE E DELLE SCALE

CAPO PRIMO

DELLE VOLTE CONICHE E CONOIDICHE

S'indicano con questi nomi le volte la cui superficie interna è quella di un cono e la cui forma si avvicina alla figura di questo solido. Le prime sono quelle erette sopra due muri formanti un angolo, in modo che la curvatura di facciata rappresenta la base del cono: tale è quella indicata dalle figure 1, 2, 3 della Tavola XLV. Da queste figure si vede che tutte le commessure dell'arco di fronte tendono all'angolo che forma la sommità del cono, e che i peducci vanno diminuendo in larghezza; ma siccome tali peducci continuati sino a questa punta, diverrebbero troppo fragili, si forma tal sommità con una pietra sola chiamata mensolone indicato dalla lettera A nelle elevazioni delle tre diverse specie di volte rappresentate nelle figure 1, 2, 3 e 5, e colla lettera B nelle proiezioni in pianta, figure 2, 4 e 6. È anche rappresentato solo colla sua sezione nelle figure 10 ed 11.

Per formare i peducci che compongono queste tre specie di volte è necessario, dopo aver tracciato le loro proiezioni orizzontali, figure 2, 4, 6, e le verticali, figure 1, 3 e 5, e i loro profili, figure 7 8 e 9, rilevare i modelli di testa, di commessura e di strato coll'applicare le false squadre agli angoli formati dalla riunione delle superficie sulle quali devono essere posti tali modelli.

Per diminuire quanto è possibile il consumo considerevole che seco porta l'esecuzione di questo pezzo di taglio, si ha cura di sce-

gliere la faccia maggiore onde serva di base a formare le altre. Così nelle volte a tromba, si comincia d'ordinario collo spigolo dei peducci e si forma una faccia preparatoria per applicarvi i modelli di fronte.

Per la tromba retta, rappresentata dalle figure 1 e 2, lo sviluppo deve esser quello di un semi-cono, cioè deve essere, come abbiamo detto precedentemente, un settore di cerchio, il cui raggio sarebbe eguale a C'B' della pianta, e l'arco eguale allo sviluppo della semicirconferenza che forma la curvatura di fronte; d'onde risulta che ogni faccia è rappresentata da un piccolo settore o triangolo isoscele la cui base è formata dall'arco sviluppato o dalla corda corrispondente ad ogni peduccio e con due raggi o lati eguali a C'B'.

Se da questo sviluppo intero o da quello di ciascuna faccia si sottrae la parte che corrisponde al mensolone, il di più sarà lo sviluppo di tutte le faccie curve o di ciascuna parte; così le faccie della prima tromba, figure 1 e 2, sono espresse nella figura 7 dallo sviluppo C', *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, E', *n'*, 4, 3, 2, 1, o, per una metà, essendo l'altra simile affatto, per ciò che la tromba è retta e regolare.

Le faccie delle commessure sono supposte poggiate in piano sullo sviluppo delle faccie curve ed attaccate al lato cui corrispondono; così la faccia di commessura 5, 6, 7, 4, *d'*, *h'*, è quella indicata dalla linea *h*, *d*, 4, figura 1; l'altra *g'*, *c'*, 3, 10, 9, 8, corrisponde alla linea *g*, *c*, 3; *f'*, *b'* 2, 11, ad *f*, *b*, 2 ed *e'*, *a'*, 1, *v* ad *e*, *a*, 1.

Questa volta essendo formata da un cono retto incavato e di eguale spessore, gli angoli di tutte le commessure presi perpendicolarmente alle faccie piane sono tutti eguali.

Per trovare questi angoli si osserverà che si devono supporre i peducci divisi su una circonferenza il cui raggio è perpendicolare alla inclinazione della superficie interna del cono, e tirato ad un centro situato sull'asse; così avendo condotta dal punto E' del profilo figura 8, una perpendicolare che incontra l'asse prolungato in F, da questo punto come centro e con un raggio eguale ad FE', si è descritto l'arco *ris* eguale ad una delle divisioni della curvatura di fronte all'alzato figura 1, come è *cd*, quindi dal centro F si sono condotte le linee *rp*, *sq* e la corda *rs*; l'angolo *prs* o *rsq* è quello che si cerca, e deve essere lo stesso per tutti i peducci.

Tromba nell' angolo complemento di un angolo sagliente.

Conviene osservare che questa tromba rappresentata dalle figure 3 e 4, può essere considerata come un prolungamento della precedente tagliato da due piani vertieali formanti un angolo retto; così avendo fatta la divisione dei peducci sul quarto di cerchio E', *d'*, *c'*, *b'*, *a'*, C' dell' alzato figura 3, la eui proiezione è indieata in pianta da una linea punteggiata E C', e rimandato su questa linea con paralelle all' asse G'L', le divisioni del quarto di eerchio E'*d'c'b'a*C', si tirerà dai punti *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, di queste divisioni, e il punto L' rappresentante la punta del eono in pianta, delle linee rette dopo *no* che indiea la proiezione del cerchio formante il mensolone fino all' ineontro di G C', indicante la proiezione di una faccia dell' angolo da sostenere; queste linee esprimeranno in pianta le commessure dei peducei che debbono formare la tromba e la faccia del loro spigolo in accorciatura. Per averle in alzato, figura 3, si tirerà dal punto L cominciando dal quarto del cerchio *o*, 1, 2, 3, 4, *n*, ehe indica il mensolone, delle linee indefinite cbe passino pei punti di divisione del eerchio *d'*, *c'*, *b'*, *a'*.

Per determinarne le estremità e l' altezza, si osserverà dapprima ehe questa tromba essendo formata da un eono retto il eui asse G'L' è a livello, deve risultarne ehe se si prolunga il lato L'C' fino all' incontro della perpendicolare G'M all' asse L'G' della proiezione in pianta, figura 4, l' angolo della tromba eretto perpendieolarmente sopra G' sarà nel mezzo di una semicirconferenza di cerchio, di cui GM sarà il raggio e ehe sarà la base del eono prolungato fino alla linea G'M. D' onde risulta che per avere in alzato le estremità delle commessure di testa che terminano allo spigolo della tromba conviene condurre pei punti d^4, c^4, b^4, a^4, figura 4, delle paralelle a G'M, che indieheranno i raggi delle semicirconferenze verso le quali spuntano le estremità di queste commessure: quindi dal punto L della sommità del cono in alzato, figura 3, e eon un raggio eguale a 5, d^4 6 del piano di proiezione, si farà una sezione che segberà la commessura 4, *d'* prolungata, in d^5. Dallo stesso punto L e con un raggio eguale a 7, c^4, 8 della pianta si farà un' altra sezione ehe taglierà la commessura 3, *c'* prolungata, in c^5. Si avranno i punti b^5 ed a^5, facendo pure delle sezioni coi raggi eguali a 9, b^4, 10 ed 11, a^4, 12 della pianta.

Per i punti G, d^5, c^5, b^5, a^5, C, si farà passare una curva che esprimerà abbreviato sulla larghezza lo spigolo della tromba.

Conviene osservare che per aver questa curva descritta senza accorciamento, è necessario prendere le larghezze sulla linea G^4C^4 del piano di proiezione; questa curva essendo il risultato di un piano che taglia un cono paralellamente al cono opposto, sarà una parabola che può essere descritta col mezzo da noi indicato nella Sezione 1.ª Capo II di questo Libro.

Per descrivere il profilo rappresentato dalla figura 8, che indica la sezione della tromba presa sull' asse L^4G^4 del piano di proiezione, dapprima si è fatta la linea della base L^5F eguale ad L^4G^4 della pianta, quindi si è elevata dal punto F una perpendicolare FG^5 eguale ad LG dell' alzato, figura 3, e si è condotta l' obliqua L^5G^5, che dà l' inclinazione e la lunghezza reale della linea che passa per mezzo alla chiave; si è portata quindi L^4n della pianta in L^5o; si è eretta la perpendicolare on^4 che dà la proiezione verticale del cerchio che termina il mensolone: si è portata del pari L^4E^4 della pianta da L^5 in C^5, ed elevata la perpendicolare C^5E^5 rappresentante la proiezione del quarto di cerchio E^4, d^4, c^4, b^4, a^4, C^4 dell' alzato figura 3. Avendo quindi portato su questa linea le altezze 17, d^4; 18, c^4; 19, b^4 e 20, a^4 da C^5 in d^5, c^5, b^5 ed a^5 si sono condotte per questi punti ed L^5, che indica la sommità del cono, delle linee indefinite indicanti le commessure di fronte. Per terminare le quali ed indicare la curva dello spigolo della tromba si sono portati i punti E^4 11, 9, 7 e 5 della pianta, da C^5 in 13, 14, 15 e 16, pei quali si sono erette perpendicolari che hanno tagliato le commessure di fronte corrispondenti ai punti a^6, b^6, c^6, d^6 pei quali e per i punti C^5, G^5 si è fatta passare una curva che termina queste commessure e presenta lo spigolo accorciato. Questo metodo di trovare le altezze e le estremità delle commessure di fronte, differisce da quello che abbiamo seguito, e conduce allo stesso risultato.

Sviluppo delle faccie di fronte e di commessura.

Cade in acconcio osservare che le faccie delle trombe essendo oblique in due sensi non possono essere espresse in tutta la loro estensione nè in pianta, nè in alzato, nè in sezione. Per trovarne l' allungamento convien ricordarsi ciò che si è detto al Capo IV, Sezio-

ne 2.ª di questo Libro, pagina 84, cioè: che la lunghezza di una linea inclinata, rapporto al piano di proiezione, dipende dalla differenza dell' allontanamento perpendicolare di queste due estremità da tal piano; il che produce in ogni caso un triangolo rettangolo le cui proiezioni verticali ed orizzontali danno due lati formanti l' angolo retto, in guisa che l' ipotenusa di questo triangolo presenta sempre la lunghezza reale della linea accorciata.

Nelle figure che rappresentano la tromba di cui si tratta, le proiezioni delle commessure di faccia della pianta figura 4, e le altezze date dall'alzato figura 3, o dal profilo figura 8, esprimono i lati dei triangoli corrispondenti a ciascuna commessura rappresentata in iscorcio: così per avere la loro reale lunghezza si sono elevate dai punti d^4, c^4, b^4 ed a^4, delle commessioni indicate in pianta, delle perpendicolari a ciascuna delle linee che le rappresentano; si sono portate le altezze corrispondenti in d^4p, c^4q, b^4r, a^4s: quindi dai punti p, q, r, s si sono condotte delle linee ad L^3, che hanno dato le vere lunghezze delle commessure di fronte prolungate fino all'apice del cono.

Conoscendo queste lunghezze e le corde Gd^8, d^8c^8, c^8b^8, b^8a^8 ed a^8C^4 della curvatura di fronte sviluppata, figura 3, formante lo spigolo della tromba, si sono avuti i tre lati dei triangoli formanti i modelli di faccia piana prolungati fino alla sommità del cono; si sono riuniti alla figura 8 ove sono indicati dalle lettere $L^3d^7G^3$ in quanto alla mezza chiave, ed $L^3c^7d^7$, $L^3C^3c^7$, $L^3a^3b^7$, e $L^3b^3a^3$.

Si sono poste, come per la tromba precedente, le faccie di commessura sopra quelle di superficie e si sono attaccate alle faccie cui corrispondono. Per maggior solidità si sono supposte le faccie delle commessure d'eguale larghezza e i loro angoli inferiori retti, cioè perpendicolari all'inclinazione della volta; in guisa che non resta a trovare che l' allungamento prodotto dall' obliquità della commessura di fianco colla faccia.

Per aver questo allungamento si è presa sulla pianta, figura 4, la lunghezza della linea L^2g^1 che rappresenta in proiezione la diagonale della faccia di commessura della chiave, indicata in elevazione da d^3g''; si è portata questa lunghezza da G in 21 sull'orizzontale, passante per g'', e si è presa la grandezza in linea retta da L a 21, che ha dato la lunghezza della diagonale cercata: con questa lun-

ghezza si è descritto dal punto L^{8} degli sviluppi figura 8, un arco indefinito che si è incrociato con un altro descritto dal punto d^{7} con un raggio eguale a $d^{3}g'''$ preso sullo sviluppo della curva formante uno dei due spigoli della tromba in elevazione. Condotta quindi una paralella ad L^{3}, 4; d^{7}, per marcare la larghezza della commessura fino all' incontro di $d^{3}g^{3}$ prolungata, si è levata con una linea retta, che deve essere orizzontale, la punta della faccia intercetta dalla commessura a livello.

Se si vuol avere il punto a cui tende la linea $d^{3}g^{3}$, si prenderà la lunghezza $L^{4}d^{4}$ sulla pianta, colla quale, dal punto L^{3} dello sviluppo figura 8, si descriverà un arco di cerchio, incrociato poscia nel punto 23, da un altro descritto dal punto d^{7}, con un raggio eguale all' altezza perpendicolare del punto d^{1} sopra l' orizzontale LC^{3} dell' elevazione.

Per l'altra faccia di commessura indicata in pianta da $L^{4}c^{4}$, ed in elevazione da $c^{4}h''$, si è preso, come pel precedente, la lunghezza $L^{4}h^{4}$ indicante la proiezione della diagonale di questa commessura che si è portata da 24 a 25 sopra un' orizzontale dell' elevazione passante per h'', per avere la distanza L25, che dà la lunghezza dell' allungamento della diagonale; con questa lunghezza per raggio si è descritto dal punto L^{3} dello sviluppo un arco indefinito che si è incrociato con un altro descritto dal punto c^{7}, con un raggio eguale alla commessura di testa $c^{8}h^{4}$, della curvatura di faccia allungata, figura 3. Dal punto d' intersezione h^{5}, si è condotta una paralella ad $L^{3}c^{7}$ per determinare la larghezza di questa commessura, terminata dall'altro lato da una perpendicolare elevata dal punto 3, che forma la sezione inferiore.

Le altre due faccie di commessure sono state trovate nella stessa maniera.

Bastano le faccie delle commessure e di spigolo per segnare le pietre che debbono formare i peducci, servendosi di false squadre che danno gli angoli della faccia di spigolo colle commessure; vi si possono nondimeno aggiugnere le faccie di testa, prese sulla curva allungata di fronte $GC^{7}C^{4}$ dell' alzato.

La figura 13 indica la forma d' uno dei peducci presso la chiave.

Tromba in un angolo rientrante, terminata in tondo.

Abbiamo detto parlando della tromba antecedente, che poteva essere considerata come un cono retto tagliato da due piani verticali formanti un angolo sagliente: questa può essere considerata come un cono tagliato da un piano circolare indicato in pianta, figura 6, da G', *d'*, *b'*, *a'*, C'. Si è fatta la divisione dei peducci in elevazione sul quarto di cerchio B, *d*, *c*, *b*, *a*, C, che presenta una sezione del cono secondo la linea indicata in pianta da B'C'. La proiezione delle commessure di questi peducci essendo prolungata in pianta, figura 6, fino all' incontro della parte di cerchio formante la pianta del tamburo e in elevazione indefinitamente, figura 5; per determinare l' estremità di queste commessure e la curva a doppia curvatura che forma lo spigolo della curva di fronte, si sono condotte, come nel pezzo precedente, dai punti *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, delle perpendicolari all' asse fino all' incontro del lato AC prolungato; è evidente che queste linee sono i raggi dei cerchi che passerebbero per questi punti. Con questi raggi dal centro A dell' elevazione si sono descritte delle sezioni *d''*, *c''*, *b''*, *a''*, che segano le commessure corrispondenti alle perpendicolari della pianta, e che indicano le estremità delle commessure di spigolo e quelle della curvatura di fronte.

Conoscendo le altezze e gli aggetti sarà facile di fare il profilo indicato dalla figura 9, e lo sviluppo delle faccie di spigolo e di commessura operando come si è detto del pezzo precedente.

Conviene osservare frattanto che qualunque sia il contorno della tromba, in pianta, cioè retta, angolare, rotonda o ondata come quella del Castello d' Anet (1), si trovano le altezze, gli sporti e gli allungamenti delle linee e delle superficie nella stessa maniera, supponendo delle sezioni paralelle alla curvatura primitiva perpendicolare all' asse del cono, qualunque sia d' altronde la forma di questa curvatura: solamente l' operazione diviene più lunga e complicata in ragione che il contorno è più o meno composto, o che il cono è più o meno obliquo o irregolare.

(1) Pezzo di taglio d' un merito considerevole, eseguito nel castello d' Anet per sostenere un gabinetto in modo di accomodarlo alla stanza ove alloggiava ordinariamente il re Enrico II. Vedi i Capi dal 1 al 6 del Libro IV dell' Architettura di Filberto De-Lorme.

Si è espresso nella figura 14 la forma di un peduccio prossimo alla chiave della tromba, rappresentata dalle figure 5 e 6.

Le figure 10 e 11 sono state fatte per confutare un' opinione azzardata circa la forma dei mensoloni, in un trattato di Stereotomia pubblicato nel 1792 da M. Simonin. Invece di formare il mensolone con un semi-cono troncato, come tutti i buoni costruttori hanno pensato che si debba fare, egli propone di formarlo con un mezzo cilindro, perchè considera questa parte come una porta nell' angolo, di cui il mensolone è la curvatura. Ma egli non fa punto attenzione che quando si pratica un vuoto invece del mensolone, l' effetto che possono provare i peducci pel carico che sopportano, non trovando punto che resista, si porta lateralmente ed agisce come spinta; mentre che se è formato da un mensolone una gran parte di quest' effetto si porta su d' esso. Allora è evidente che se vi è un cilindro vuoto invece di un cono, come dovrebbe essere per una tromba conica situata in un angolo rientrante, formerà uno spigolo acuto indicato da *pnL*, figura 11, che si frangerà sotto il minimo sforzo alla stessa guisa degli angoli *mpn* dei peducci che vi posano sopra. È vero che questi angoli sono meno acuti nelle trombe sferiche ed erette sopra un muro dritto, come quelle di S. Sulpicio; ma non ne sono meno viziosi, perchè derogano al principio generale del taglio delle pietre che esige per la solidità, che tutte le commessure delle pietre sieno perpendicolari alle superficie che formano, qualunque sia la lor situazione. Così i modelli di tromba della sala dell' Accademia d'Architettura di Parigi, biasimati dall'autore perchè hanno i mensoloni a semicono, sono come debbono essere in buona costruzione, come prescrivono i migliori autori e fra gli altri Frezier. Del resto è impossibile concepire la specie di movimento comunicato dall' interno dell' edificio e che potrebbe far agire il mensolone come un cuneo tendente a rovesciarli.

Volta conica obliqua ed inclinata in un muro in pendio.

L'interno di questa specie di volta o finestra rotonda, chiamata occhio di bue od O storto, presenta la superficie di un cono obliquo o scaleno a base circolare; le commessure delle superficie dei peducci ond' è formato, tendono tutte al vertice del cono, e i tagli delle fac-

cie, all'asse, come si vede espresso nelle figure 1, 2 e 3 della Tavola XLVI.

La doppia obliquità di questo cono fa sì che non vi sia che la faccia verticale rappresentata dalla figura 3 e i due letti orizzontali indicati dalle linee EF, GH, che possano dare la grandezza reale dei modelli e delle commessure; le altre non sono che proiezioni ove sono indicate più o meno in iscorcio.

Lo sviluppo delle superficie interne, rappresentato dalla figura 4, è fatto col metodo più sopra spiegato per lo sviluppo del cono obliquo, pagine 87 alle 90, e secondo i princìpi del tracciamento dei disegni, pagine 75 e 82.

Per descrivere i peducci, per esempio la chiave K, si comincierà dal levare il modello di testa 17' d", e", 18' della faccia verticale figura 3, che darà la sua maggiore altezza, e quello del letto orizzontale 12, 13, 17 e 18 rappresentante l'estradosso sulla pianta, figura 2, che dà la sua maggior lunghezza. Fatta quindi appianare una parete, e il letto superiore in isquadro con tale parete, vi si applicheranno i modelli per tracciare la forma della testa del peduccio e quella del suo estradosso. Dietro questa traccia si possono far tagliare le due commessure, perchè questi modelli danno la loro doppia obliquità; ora non trattasi più che di trovare le altre due linee che debbono terminarle alla superficie dalla parte della faccia in pendìo, e comincierassi dal far tagliare la seconda parete colla misura dell'angolo ottuso formato dalla superficie d'estradosso col pendìo: fatta questa parete vi si applicherà il modello di testa 12, 13, *e*, *d*, allungato secondo il pendìo per compiere il tracciamento del peduccio, che si finirà di tagliare abbattendo la pietra fuori del tracciato. Da questo processo che puossi applicare agli altri peducci si vede che si può prescindere dai modelli di faccia. Noi abbiamo dato il loro sviluppo solo perchè trovasi in molti autori che hanno trattato sul taglio delle pietre; ma osserveremo che è più utile farne a meno perchè si evita il doppio taglio delle superficie le quali devono prima essere piane per applicarvi i modelli, e quindi incavate per terminarle.

La figura 5 rappresenta questa chiave in prospettiva; gli angoli sono indicati dalle stesse lettere e cifre che hanno nelle proiezioni verticali ed orizzontali.

Volta conica a doppia sfiancatura, obliqua e praticata in un muro inclinato.

Questa specie di volta rappresentata dalle figure 6, 7 e 8, è anche chiamata volta cannoniera perchè se ne fa uso per le cannoniere nelle casematte ed in altre costruzioni a volta. Noi non diamo quest' esempio se non come pezzo di taglio; agl' ingegneri militari spetta determinarne l' uso e le dimensioni per attenuare la violenta commozione che il reagire dell' aria spostata dalla esplosione della polvere, potrebbe comunicare al muro in cui è praticata l' apertura. A tale riguardo la forma d' imbuto dovrebbe sembrare più vantaggiosa, a superficie eguale, che la forma oblungata proposta da qualche autore moderno.

Le figure 9 e 10 sono gli sviluppi delle due parti di coni che formano la superficie curva interiore; essi sono fatti secondo i principi già citati parlando del pezzo precedente. Noi non gli abbiamo posti qui se non come un nuovo esempio dello sviluppo del cono obliquo o scaleno: perchè se ne può fare a meno per descrivere i peducci, operando, come abbiamo indicato per la figura 6, coi modelli di faccia e quelli della parte d' estradosso che deve collegarsi colle corsìe orizzontali. Così pel peduccio rappresentato dalla figura 11, dopo aver fatta tagliare la parete retta della faccia verticale od a piombo, e il suo letto d' estradosso che deve formare un angolo retto con questa parete, si applicherà sulla prima il modello *g, d, c, k,* e sull' estradosso il modello *g, g, k, k,* levato sulla pianta o proiezione orizzontale, figura 7; quindi con una falsa squadra che dia l' angolo *mno* del pendìo colla superficie di questo letto preso sulla figura 6, si farà tagliare la seconda parete sulla quale applicherassi il modello di testa allungato secondo l' obliquità del pendìo sulla figura 6. Finalmente dopo aver tracciato, col mezzo di questi modelli, tutte le linee che disegnano gli spigoli di questo peduccio, si abbatterà la pietra per formare le superficie rette e curve di cui sono essi le estremità.

Per l' intelligenza di queste figure, si sono indicate, come nei pezzi precedenti, colle stesse lettere e cifre tutte le parti che si corrispondono. Lo sviluppo dei coni è fatto secondo le proiezioni verticali ed orizzontali che danno per ciascuna linea retta tracciata sulla circonferenza di questi coni, i due lati di un triangolo rettangolo, la cui ipotenusa è sempre la lunghezza.

Il cerchio punteggiato della figura 1, e il semicerchio della figura 6, indicano le basi dei coni prolungati fino ad una superficie verticale paralella a quella dell'altra faccia, onde facilitare lo sviluppo della loro superficie.

Volta conoidica.

Abbiamo scelto per quest'esempio una imitazione della cupola intermedia del Panteon Francese, o nuova chiesa di Santa Genoveffa, rappresentata dalle figure 4 e 5 della Tavola XLVII. La sua curvatura è formata dalla catenaria come pur quella delle lunette formanti le aperture inferiori. Si è descritto il suo apparecchio sulla pianta e sulla sezione dando ai ranghi dei peducci una dimensione grande abbastanza per farne sentire la disposizione.

La figura 7 indica un peduccio della parte superiore ove la volta è piena, e la figura 8 uno di quelli che formano la curvatura delle lunette, e che si accordano a risalto colle commessure orizzontali delle parti intermedie, figura 6.

Per eseguire questa specie di volta basta la sezione o proiezione verticale ed orizzontale perchè ogni peduccio si eseguisce come per la volta sferica di cui si tratterà fra poco, formando dapprima le parti di cilindro nelle quali sono compresi tali peducci, onde poter tracciarli col mezzo dei modelli delle commessure montanti, presi sul profilo della sezione e sulla proiezione orizzontale.

I peducci formanti risalto, come quello della figura 8, debbono esser presi nelle parti di cilindro comprendenti le lor più grandi dimensioni in altezza, lunghezza e larghezza. Oltre i modelli del profilo e della pianta necessitano quelli d'intradosso e d'estradosso formati di materie flessibili, o piuttosto tracciare le loro forme con curve e punti rilevati sulla proiezione orizzontale.

È facile comprendere che questa maniera di operare conviene ad ogni specie di volta conoidica qualunque sia la sua curvatura, parabolica, iperbolica od altra delle curve aperte, ed anche qualunque sia quella della sua base, circolare, ovale o ellittica.

Sulla volta conoidica di Santa Genoveffa.

Questa volta, che è rialzatissima, ha 65 piedi ed 8 pollici di diametro (metri 21, 53) sopra piedi 47 (metri 15, 267) di altezza. Il peso considerevole che doveva sostenere questa volta alla sommità ha determinato a scegliere la catenaria per la sua curvatura. Onde illuminare la parte interna di questa volta su cui doveva essere dipinta un'apoteosi in un cielo luminoso, se ne è aperta la parte inferiore con quattro grandi lunette alte piedi 35 (metri 11, 35) sopra 29 piedi di altezza (metri 9, 42); ciascuna di tali lunette corrisponde a tre delle finestre dell' attica che producono all'interno una gran luce (1).

Era necessario fortificare le parti inferiori di questa volta indebolita dalle grandi lunette, e si sono collegate col muro dell' attica con sfiancamenti e con aperture formanti balconi che mediante alcune parti circolari si accordano colle lunette verso il mezzo della loro altezza. Le parti di volta fra queste lunette sono penetrate dai muri circolari delle quattro scale comunicanti sopra le aperture che controspingono le lunette.

Partendo dai balconi formati da tali aperture si sono stabilite due scale che si spingono a vicenda e servono a comunicare col cupolino eretto sulla sommità della volta conoidica. Ed è contro questo cupolino forato d' arcate al basso, che termina la gran cupola esterna.

(1) L' effetto magico che si era sperato da tale disposizione è pienamente in oggi realizzato. La superficie della pittura, eseguita dal barone Gros, non ha meno di 3256 piedi.

CAPO SECONDO

DELLE VOLTE SFERICHE E SFEROIDICHE

Le volte sferiche sono quelle formate in pianta ed in alzato da una semicirconferenza di cerchio di uno stesso raggio. Gl' Italiani hanno dato il nome di cupola (derivato da cupo, cavità, profondità) d'onde i Francesi hanno fatto *coupole*, alla parte interna di questa specie di volta. La voce *dôme*, che viene dal greco δωμα ne indica la forma esteriore.

Abbiamo poc' anzi osservato che la disposizione d' apparecchio più conveniente alle volte sferiche, tanto per la solidità che per la facilità dell' esecuzione, è quella per ranghi orizzontali, formanti corone concentriche, come si vede espresso dalle figure 1 e 2 della Tavola XLVIII.

La figura 3 rappresenta lo sviluppo degli spigoli dei ranghi di peducci espressi in iscorcio nelle figure 1 e 2; esso è fatto col processo indicato poc' anzi per lo sviluppo della sfera, supponendo la superficie interna di ciascun rango di peducci formata da una parte di cono tronco, i cui lati sono rappresentati dalle corde A*a*, *ab*, *bc*, *cd*, della figura 1. Così per trovare i raggi degli archi di cerchio formanti lo sviluppo d'ognuna di queste parti di cono, si sono prolungate le corde corrispondenti ai ranghi di peducci fino all' incontro dell' asse, figura 1, che in quanto ai due primi trovasi fuori della Tavola.

Ma se si vuol operare con maggior precisione, si può far uso del calcolo trigonometrico, osservando che i triangoli formati dal lato della parte del cono inscritto e dalle paralelle al suo asse ed alla sua base, sono simili ai triangoli formati dall' asse e dai lati del cono intero; d' onde risulta che per trovare il raggio di A K, figura 3, non si ha da fare che la proporzione A 1 ad A*a* come AG sta al raggio cercato, o come la tangente dell' angolo *a* sta al seno dell' angolo totale. È facile trovar il valore dell' angolo *a* conoscendo quello dell' arco A*a*; perchè

se si continua quest'arco al di sotto fino all'incontro della verticale *a*1 prolungata, si avrà l'arco *Aa'* eguale ad *Aa*, ed *Aaa'* sarà un angolo alla circonferenza che avrà per misura la metà dell'arco sul quale è appoggiato, e per conseguenza l'Arco *Aa*.

La superficie interna delle volte sferiche essendo a doppia curvatura i modelli delle superficie non possono dare il loro sviluppo che per approssimazione, ed inoltre esigono delle superficie preparatorie che non sono già quelle sulle quali debbono essere tracciati gli spigoli delle commessure dei peducci.

Per formare uno di questi peducci con precisione conviene dapprima far tagliare un prisma che abbia per base la proiezione di esso in pianta; ne risulterà una porzione di cilindro concavo, le cui superficie saranno terminate dagli archi estremi di questa proiezione. Così il peduccio rappresentato dalla figura 4 è compreso in una porzione di cilindro concavo indicato in pianta nella figura 2 colle lettere e cifre *c*"5'5"*c*'". Il profilo della massa di questa porzione di cilindro è indicato nella sezione figura 1, dalle cifre 8, 9, 10 ed 11. Si vede che se pei punti 5 e *c* si tracciano sulle superficie curve delle linee orizzontali con un regolo pieghevole, saranno l'espressione esatta degli spigoli che passano per queste commessure. Si tracceranno pure nella loro grandezza sulle superficie rette, 9, 10, 8 ed 11, gli spigoli indicati dagli angoli 6 e *b* con archi presi sulla proiezione in pianta, figura 2, da *b*" in *b*'", e da 6' in 6". Se dietro queste linee e quelle tracciate sulle due commessure rette col modello 5, *b*, *c*, 6, si abbatte la pietra che trovasi al di fuori, dirigendosi col regolo da uno spigolo all'altro, per le commessure 6, *c* e 5, *b* e con curve preparate in quanto agli archi 5, 6 e *b*, *c* del profilo, si giugnerà a formare questo peduccio colla più grande precisione.

Questa maniera d'operare che noi qui indichiamo come la più metodica, produrrebbe nondimeno un gran consumo di pietra, e dei tagli doppi costosi, che quelli che conoscono bene l'apparecchio, e che sanno ciò che in termine d'arte dicesi, *trattar la pietra*, troveranno facilmente modo d'evitare. Si osserverà primieramente che in quanto alle superficie preparatorie, bastano le parti indicate dai triangoletti 6, 10, *c* e 5, 8, *b* del profilo, per descrivere le verticali curve degli spigoli, e che si possono far poggiare alla faccia; può bastar anche il far tagliare delle pennate con curve modellate, secondo i punti 5, 6 e *c*,

b; ma per farle precisamente nella direzione che devono seguire, conviene aver cura di tracciare sul modello delle linee a piombo ed a livello indicanti i loro spigoli. In questo modo si è operato per eseguire tutte le volte e parti di volte sferiche e sferoidiche in pietra di taglio nella nuova chiesa di Santa Genoveffa (1).

Le figure 5 e 6 rappresentano la sezione e la proiezione orizzontale di una volta sferica i cui ranghi di peducci formano in alzato archi verticali, ed in pianta de' quadrati vuoti inscritti gli uni negli altri, come una volta a schifo sopra una pianta quadrata. Questa disposizione presenta al di sotto l' apparecchio di quattro nicchie formanti assieme un quadrato.

Conviene osservare che quest' apparecchio imposto dalla decorazione, per nicchie incavate in muri diritti, diverrebbe vizioso in una volta sferica, a cagione dei peducci triangolari che esige la riunione delle quattro parti di volta a nicchia. Queste parti che posano sopra angoli estremamente fragili ed acuti, sono di una esecuzione più difficile, e l' insieme dell' apparecchio è meno solido che quello per ranghi orizzontali perchè le parti non sono così ben legate e producono una spinta che tende ad allontanare le quattro nicchie.

Le figure 7, 8 e 9 rappresentano gli sviluppi dei modelli di fronte che risultano da questa disposizione; ma siccome le superficie a doppia curvatura non sono suscettibili di sviluppo si suppone che la superficie di ciascun rango sia formata da una porzione di cono tronco, i cui assi sieno perpendicolari al mezzo delle linee che esprimono in pianta la proiezione di questi pezzi di cono; d' onde risulta che ciascun quadrato vuoto è formato di quattro parti di coni simili, i cui assi s' incrociano al centro e s' incontrano alle diagonali dei quadrati. Siccome la direzione in linea retta di queste superficie va alla

(1) Accadde talvolta che le pietre non erano abbastanza grandi per formare questi piccioli triangoli che dovevano essere troncati; allora vi si suppliva con un poco di gesso. Osservata quest' operazione da chi non era abbastanza versato nell' arte per indovinarne il vero motivo, credette bene informarne Soufflot immaginando che ciò fosse una malizia dell' appaltatore per far passar pietre difettose troppo picciole.

Siccome io era incaricato delle opere di costruzione, Soufflot mi fece chiamare per farmene un rimprovero; ma quando gli ebbi spiegati i motivi d' economia che mi avevano determinato a questo espediente, che senza nuocere alla forma, nè alla solidità, facilitava il taglio delle pietre approvò il mezzo raccomandandomi di non farne uso che il meno possibile per non dar luogo a simiglianti rapporti.

sommità di ciascun cono, quella delle parti che si congiungono sulla diagonale, tendenti a due diversi punti, devono fare un angolo che impedisca di fare lo sviluppo delle faccie che corrispondono agli angoli di un solo pezzo, cioè di queste parti triangolari che gli autori chiamano *faccie d' inforcamento*. Da ciò proviene l'errore che M. Larue rimprovera a Filiberto Delorme, a Mathurin Jousse ed al padre Dérand senza dirne la ragione, che trovasi spiegata nel Trattato di Stereotomia di Frezier, Libro IV, Capo VII, problema XVII.

Del resto, questo mezzo, di cui Filiberto Delorme è inventore (1), non è quello che conviene per operare con precisione, in causa delle difficoltà risultanti dalla supposizione in cui è fondato, e che sono sfuggite al padre Dechalle, che nondimeno era geometra. Esso è d' altronde più lungo e non risparmia la pietra più che quello per isquadratura. Quest' ultimo è più esatto e suscettibile di minor consumo, facendovi le modificazioni da noi indicate pel pezzo precedente.

Così pel peduccio vicino alla chiave, rappresentato in prospettiva dalla figura 10, le commessure corrispondenti alle linee $e'f'$ e $d'c'$ della pianta figura 6, che sono verticali, possono descriversi sulle faccie contigue del prisma a base quadrata, nel quale è compreso questo peduccio, colla faccia 8 e 9 *f* della sezione figura 5; ma per la maggiore facilità di tracciare le altre faccie, ed economizzare la pietra si farà poggiare alla faccia la mezza chiave ed il triangoletto $9fq$, per avere una sezione verticale che possa descriversi sulle due faccie, quindi con modelli arcuati rotondi ed incavati, tagliati secondo i grandi cerchi d' estradosso e d' intradosso, si formeranno queste due superficie avendo cura di posar sempre una delle estremità di questi modelli curvi agli angoli *m* ed *n*, e di diriger l'altra a guisa di raggio sui differenti punti delle curve tracciate sulle faccie opposte. Si sono marcati colle stesse cifre e colle stesse lettere gli spigoli ed angoli di questo peduccio, corrispondenti alle linee ed agli angoli delle proiezioni verticali ed orizzontali indicate dalle figure 5 e 6.

In quanto ai peducci d' inforcamento al di sotto, che sono i più difficili, il mezzo proposto da Delarue e da Frezier mi sembra semplicissimo del pari che proprio ad operare con precisione. Siccome la sfera ha una curvatura uniforme ed eguale in tutti i sensi, si sceglie una pietra ab-

(1) Vedi la sua opera d' Architettura, libro IV, Capi XII, XIII, XIV e XV.

bastanza grande per potervi incavare un segmento di sfera capace di contenere la faccia del peduccio e qualche cosa di più per lo sporto dei tagli, come si vede rappresentato dalla figura 11. Ciò fatto non rimane altro che tagliare la pietra secondo la figura del modello segnato con curve, e formare le commessure colle false squadre che danno l' angolo della superficie colle sezioni che devono tutte tendere al centro della sfera. Frattanto è utile osservare che questo mezzo impiega ancora più quantità di pietra che il precedente, e non dà altrettanta facilità per formare le commessure e la parte superiore, allorchè la volta debb' essere estradossata.

Volta sferica incompleta sopra una pianta quadrata, apparecchiata per corsie orizzontali.

Questa volta rappresentata dalle figure 12 e 13, non differisce per l' apparecchio del taglio da quella espressa dalle figure 1 e 2, che nelle parti formanti i pennacchi negli angoli. Convien rimarcare che questa volta fa parte d' un' intera volta sferica, che ha per diametro la diagonale del quadrato. Le parti di questa volta, levate dai muri formano nelle loro superficie interne delle semi-circonferenze di cerchio, il cui diametro è eguale alla lunghezza interna di questi muri, in causa della proprietà della sfera, la cui sezione con un piano qualunque è sempre un circolo.

Nelle figure 12 e 15, che presentano una sezione presa nel mezzo della volta, l'arco NIO della parte tagliata è una porzione della semi-circonferenza del circolo massimo descritto con un raggio eguale alla semi-diagonale CE. La semi-circonferenza ADB indica lo spigolo rientrante formato dall' incontro d' uno dei muri.

La divisione dei ranghi di peducci è fatta sul quarto del circolo massimo ENI prolungato da N in E, rappresentante la sezione fatta sulla diagonale, ove la circonferenza della volta in elevazione è intera. Le commessure della sezione non sono prolungate che fino all' incontro della verticale PE, che indica l' angolo rientrante dei muri prolungati nella parte che occupa la volta. Quelli delle altre parti dei pennacchi s' arrestano pure all' incontro della superficie dei muri ai quali corrispondono; si può prolungare questa sezione nello spessore del muro seguendo una direzione perpendicolare alla lor superficie interna,

o piuttosto nello spessore della pietra formante peduccio (come si vede dalla figura 17).

Per tracciare una di queste pietre, per esempio, quella rappresentata dalla figura 14, si farà uso in quanto ai letti, di curve modellate secondo gli archi marcati in pianta da *b'*, *b''* ed *a'*, *a''*, e per l'alzato sulla superficie dei muri, di curvature prese sopra *a' b'* dell'alzato. Per abbattere la pietra e formare la superficie interna, si farà uso, invece di regolo, d'un'altra curvatura presa sulla circonferenza grande, che si dirigerà sempre perpendicolarmente agli archi *b'''* ed *a'''*.

Volta sferica sopra un quadrato, apparecchiata per quadrati inscritti.

I ranghi dei peducci formanti questa volta sono rappresentati in pianta, figura 16, da linee rette perpendicolari alla diagonale CF. Queste linee formano in alzato, degli archi di cerchio indicati nella sezione figura 15, in iscorcio, ma sviluppati per un quarto di volta al di fuori della pianta; cioè: *f''*10 da *f'''*10'; *g''*11 da *g'''*11'; *h''*12 da *h'''*12'; *i''*13 da *i'''*13' e *k''*14 da *k'''*14', che hanno per raggio *om*, 11 15, 12 16, 13 17 e 14 18 che sono le linee di proiezione dei ranghi di peducci prolungati fino alla circonferenza del cerchio massimo che passa per la diagonale GE, ed esprimente la proiezione dell'origine della volta intera.

Per tracciare i peducci componenti questa specie di volta fa d'uopo formare per ciascheduno una superficie piana e verticale, corrispondente alla linea di proiezione in pianta a cui corrisponde; si traccierà sopra la curva d'elevazione che deve formare lo spigolo della sezione, e si opererà pel rimanente come pei peducci del pezzo precedente; cioè col mezzo di curve modellate secondo gli archi de' cerchi *i'k'* della sezione figura 15, pei lati, e pel mezzo col circolo massimo di cui la diagonale è diametro.

La figura 17 rappresenta uno di questi peducci colle sezioni prolungate nello spessore del muro, marcato con lettere e cifre che corrispondono alle proiezioni in pianta ed in alzato.

Non temiamo punto di ripetere ciò che abbiam detto poc'anzi, che la maniera più conveniente d'apparecchiare le volte sferiche intere o tagliate da poligoni inscritti nel cerchio della loro base, deve essere per ranghi orizzontali. Non abbiamo parlato di quelle apparec-

chiate per ranghi verticali che per far conoscere le difficoltà che produce questo genere d'apparecchio, e procurar così a quelli che vorranno esercitarsi in questa parte dell'arte, i mezzi di farne le proiezioni e i dettagli per eseguirli in modelli onde familiarizzarsi colle difficoltà dell'arte del taglio. Si osserverà frattanto che la disposizione indicata dalle figure 5 e 6, pei segmenti fuori del quadrato inscritto può essere impiegata per nicchie; e quelle delle figure 15 e 16 per trombe nell'angolo presso un tamburo. Nondimeno, siccome ne risulterebbe una spinta maggiore, anche l'uso dev' esserne ristretto a proporzioni di picciolissima estensione.

Delle volte a nicchia.

La forma delle volte sferiche è così vantaggiosa che si possono tagliare in due parti con un piano verticale che passi pel centro, e queste parti si sostengono indipendentemente l'una dall'altra. Si possono anche tagliare in quattro parti con piani verticali che s'incrociano al centro, e ciascuna di queste parti si sostiene egualmente da sè.

Le volte a nicchia possono apparecchiarsi in tre diverse maniere; o per ranghi orizzontali formanti semi-corone, o per ranghi verticali, o per ranghi in forma di tromba.

La nicchia rappresentata dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola XLIX è apparecchiata a tromba. In ciascuna di queste figure il mensolone è indicato dalla lettera H; è rappresentato di fronte nella figura 1, in pianta nella figura 2, ed in profilo nella figura 3. Le commessure dei peducci tendenti al centro della nicchia, sono indicate con linee rette nell'alzato di fronte, figura 1, e con linee curve nella pianta e nel profilo, figure 2 e 3.

Per trovare la proiezione curva di queste commessure, si dividerà la parte dello spessore del muro in pianta, figura 2, nella quale sono esse comprese, in due o tre parti, eguali od ineguali, con linee *qr* ed *st* paralelle alla faccia AC: queste linee indicheranno i raggi dei quarti di cerchi che divideranno la superficie della nicchia in elevazione, in parti proporzionali a quelle della pianta. Così per la prima commessura *ai* dell'alzato, si abbasseranno dai punti 1 e 2 ove questi quarti di cerchi tagliano le commessure, delle paralelle all'asse DC, comune alle due figure, che taglieranno le linee della pianta *qr*

ed *st* nei punti 1'2' che saranno due di quelli della curva di proiezione di questa commessura in pianta, che deve terminare ai punti *a* ed *i*, il che dà quattro punti per descriverla; così dicasi delle altre.

Per tracciare i peducci di questa nicchia, si può far uso di modelli per tutte le loro faccie e commessure, cioè: di uno per l'elevazione, figura 1, che può servire per le due coste, voltandolo da destra a sinistra; due di commessura, e finalmente uno pel mensolone. Si sono raccolte le faccie delle commessure nella figura 4; sono disposte l'una sull'altra in modo che la linea indicante in ciascuna gli spigoli della piegatura dei risalti e lo spigolo dell'estradosso della chiave, è comune a tutti.

Siccome la superficie concava di questa nicchia è considerata esattamente sferica, le curve *cl*, *bk* ed *ai* sono archi di cerchio eguali descritti col raggio AC.

La figura 5 rappresenta la chiave veduta in prospettiva; i suoi spigoli ed angoli principali sono indicati con lettere corrispondenti a quelle della pianta, dell'alzato e del profilo.

Tromba a forma di nicchia sopra uno spigolo.

Le figure 6 e 7 rappresentano l'alzato, veduto di fronte, e la pianta di questa volta. Le divisioni dei peducci che tendono al centro I sono fatte sul semicerchio, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* della elevazione presa per curvatura primitiva, la cui proiezione in pianta è rappresentata da una linea retta, colle divisioni corrispondenti marcate colle stesse lettere. Le divisioni sulle curvature di fronte sono determinate dal prolungamento delle commessure, fino all'incontro dei piani verticali formanti l'angolo sagliente. Gli spigoli curvi che formano colla superficie, sono, per la proprietà della sfera, quarti di cerchio, dei quali A, B, C, D, E, F, G, H dell'elevazione non indica che l'accorciamento ellittico formato colle ordinate B'1, C'2, D'3 e K'4 di un quarto di cerchio, di cui A'K' è il raggio. Una delle due faccie sviluppate è rappresentata dalla figura 9 colle sue divisioni di commessura per servire di modelli.

La figura 8 fa vedere una sezione o profilo di questa tromba, presa su RIK' asse comune delle proiezioni in pianta ed in alzato.

Siccome questa volta è supposta grande abbastanza perchè i pe-

ducci non possano essere di un sol pezzo, si è indicato nella parte tagliata il profilo della commessura che divide la chiave in due parti e quello del mensolone. Le linee formate dalle commessure degli altri peducci alla superficie concava, sono pure indicate sulle proiezioni in pianta ed in alzato e nella parte del profilo che non è tagliata.

La parte superiore della chiave, il cui profilo è indicato nella figura 8, è rappresentata dalla figura 10. Per formare questa parte del peduccio fa d'uopo cominciare dal letto orizzontale superiore che è la sua faccia maggiere, indicata in pianta, figura 7, da K', L', 13, 14, P': dopo avervi applicato un modello della stessa forma per tracciare il suo contorno si faranno tagliare le duo faccie LRDK ed RKEP ad angolo retto fra lero e colla faccia superiore; si applicherà su ciascuno R", L", K", D" preso sulla figura 9, volgendolo in modo che il lato R"K" cada sullo spigelo RK per le due parti. Questi modelli serviranno con una falsa squadra R"L"D", a formare le superficie sulle quali devono essere applicati i modelli di commessura che daranno le curve degli spigeli della superficie. Dietro queste curve e quelle dello faccie DK e KE, si formerà coll'aiuto di una curvatura modellata sopra K'16 del profilo figura 8, la superficie curva di questa faccia, sulla quale descritta la linea 11, 12, si terminerà questa parte di peduccio tagliando la sezione di dietro con una falsa squadra formante l'angolo misto K', 16, 15.

Colla figura 11 si è rappresentata un'altra parte di peduccio avente in fianco un risalto per accordarsi colle corsie orizzontali.

Puessi tracciare questo peduccio, come il precedente, cominciando dallo strato orizzontale superiore, di cui si leverà il modello sulla pianta; si farà la grande commessura dalla parte della chiave colle false squadre applicate agli angoli dell'alzato; quindi la parete di fronte e la parte di commessura fermante risalto, cho debbono essere ad angolo retto col letto superiore; e dopo aver preparata la faccia dell'altra commessura si tracceranno coi modelli di testa e di commessura corrispondenti alle faccie formate, gli spigeli retti e curvi che debbono terminarle. Per fermar la superficie curva si farà uso di curve modellate sul profilo come abbiamo indicato pel peduccio precedente.

Volte sferoidiche su pianta circolare ed ellittica.

Le prime sono anche chiamate volte sferiche schiacciate, o volte a cielo di forno; ve ne sono pure di rialzate sopra una pianta circolare. D'altronde queste volte non differiscono dalle volte sferiche che per la forma della lor curvatura formata da un'ellissi o imitazione d'ellissi, invece d'una semi-circonferenza di cerchio.

La maniera di fare la proiezione in pianta, la sezione e gli sviluppi di questa specie di volte è assolutamente la stessa come per le volte sferiche di cui abbiamo parlato poc'anzi.

La disposizione d'apparecchio che lor meglio conviene tanto per la solidità, quanto per la precisione e facilità d'eseguirle, è pur quella per ranghi di peducci orizzontali in forma di corone, come abbiamo testè indicato per le volte sferiche.

La figura 2 della Tavola L rappresenta il quarto di una volta sferoidica sopra una pianta circolare, la metà della cui curvatura è una semiellissi A*abc*F, figura 1, divisa in tre ranghi di peducci fino alla chiave. Il primo, la cui sezione è espressa da E*da*AG, forma risalto col muro. La curva d'estradosso di questa volta non le dà di apessore nel mezzo della chiave che la metà di quello che ha al punto ove si stacca dal muro. Le proiezioni delle commessure d'estradosso sono indicate in pianta, figura 2, da linee punteggiate.

La figura 3 fa vedere la prospettiva d'uno dei peducci del secondo rango, sviluppato in una parte di cilindro incavato la cui base è presa sulla pianta, ov'è marcata dalle lettere *hikm*, comprendendo lo sporto della sezione inferiore. Sulle commessure rette di questa specie di prisma si applica il modello *dabe*, preso sulla sezione figura 1, che si volge per tracciare la parte opposta. Circa al consumo della pietra prodotto da questa maniera d'operare, osserveremo, come abbiamo già fatto per la volta sferica della Tavola XLVIII, figura 1, che facendo poggiare a questa faccia i triangoli *dna*, *cbo*, puossi far a meno delle parti *pde*, *abq*, non facendo altre superficie preparatorie che quelle indicate da *dn*, *na*; *co* ed *ob* per tracciarvi le curve degli spigoli *ee*, *bb* e *dd*, *aa*.

Volta sferoidica sopra una pianta ovale od ellittica.

La superficie interna di questa specie di volta si considera prodotta dalla rotazione dell' ellissi od ovale della pianta attorno all' asse maggiore, in guisa che tutte le sezioni verticali che si facessero nel senso della larghezza paralellamente all' asse minore sarebbero semicirconferenze di cerchio: tale è la volta rappresentata dalle figure 4, 5, 6, 7 della Tavola L. La curvatura primitiva sulla quale è stata fatta la divisione dei ranghi di peduci, è un quarto di cerchio il cui raggio AC è eguale alla metà dell' asse minore dell' ellissi in pianta.

Conviene osservare che i ranghi de' peducei dovendo essere orizzontali, ne risulta che la curvatura della volta sull' asse maggiore, essendo più allungata che quella dell' asse minore, le superficie non sono d' eguale larghezza, la quale va aumentando dall' asse minore fino al maggiore.

La proiezione in pianta delle commessure orizzontali forma molte ellissi simili, cioè tali che i loro assi conservano lo stesso rapporto, ma esse non sono equidistanti.

L' esecuzione di questa specie di volta presenta assai più difficoltà ed esige più operazioni che quella delle volte sferiche o sferoidiche a base circolare, perchè l' ineguaglianza dei diametri della base ellittica necessita un allungamento di curva per ciascuna commessura montante. Il mezzo più semplice di avere questi allungamenti, per esempio, quello della commessura montante la cui proiezione in pianta, figura 5, è espressa dalla linea retta *b*"4", è: 1.° d' abbassare dalla parte della curvatura primitiva corrispondente a questa commessura, figura 4, lo strapiombo o perpendicolare *c*, 4, e l' orizzontale *b*, 4; 2.° dopo aver diviso *b*, 4 in quattro parti eguali, elevare dai punti di divisione delle paralelle a *c*, 4 fino all' incontro della curva; 3.° di divider pure la linea di proiezione *b*", 4" della pianta, figura 5, in quattro parti eguali; e pei punti di divisione, elevate delle perpendicolari indefinite, si porterà sopra ciascuna l' altezza corrispondente di quella della figura 4, e per tutti questi punti portati sulla figura 5 si traccierà con un regolo pieghevole la curva *b*" *c*", che sarà quella della commessura indicata dalla linea retta *b*", 4". Operando del pari per ciascuna commessura si troveranno tutte le curve d' intradosso e d' estradosso.

Conviene osservare che le commessure di grossezza come sono *da*, *eb*, *cf*, non debbono formare superficie di coni concentrici, le sommità dei quali si trovino sull' asse della volta, come nelle volte sferiche o sferoidiche a base circolare. La regolarità, la precisione e l'osservanza del principio generale della solidità del taglio delle pietre esigerebbero in questo caso che le commessure fossero dovunque perpendicolari alla superficie interna della volta, il che darebbe spigoli e superficie a doppia curvatura, per le sezioni e commessure estremamente difficili da eseguire (1).

Le due parti di volte sferoidiche di questo genere eseguite all' ingresso e nel coro della chiesa di Santa Genoveffa sono state fatte col metodo di Frezier; ed è pur quello da noi seguito per la volta espressa dalle figure 4, 5, 6 e 7. Ond' operare con maggior precisione, fa d'uopo, oltre l' allungamento delle curve formanti gli spigoli delle commessure montanti, cercarne due altri *gk* ed *hi*, per lo stesso mezzo, che dividano la lunghezza del peduccio in tre parti, secondo le quali si formeranno delle curve intermedie per incavare la superficie con maggior esattezza. Si faranno i tagli delle faccie superiore ed inferiore con false squadre miste il cni braccio retto dev' essere perpendicolare a ciascuna delle curve.

La figura 7 rappresenta uno dei peducci del secondo rango coll' indicazione della massa nella quale è stato sviluppato, e delle lettere che corrispondono alle figure 4 e 5.

Questa maniera d' operare è la sola che convenga, quando la superficie interna della volta debba essere ornata di scomparti o cassettoni quadrati come quelli rappresentati dalla figura 11. Ma se nulla

(1) Tutti gli autori di Stereotomia che hanno dato il taglio delle pietre nelle volte sferoidiche sopra una pianta ovale od ellitica, hanno commesso due errori; l' uno nella proiezione delle commessure orizzontali ch' essi hanno figurato in pianta con ovali od ellissi concentriche ed equidistapti; l' altro indicando in uno stesso piano la proiezione delle commessure montanti con linee rette tendenti al centro. Frezier è il primo che abbia rilevato queste pratiche viziose e che abbia dimostrato che la proiezione delle commessure orizzontali indicanti i ranghi di peducci doveva essere espressa in pianta da ellissi od ovali simili ma non equidistanti. Quanto alle commessure montanti che separano i peducci di ciascun rango, ei conviene che dovrebbero essere espressi con linee curve, ed aggiugne che converrebbe che fosse così quando i peducci sono in numero abbastanza picciolo che la curvatura divenga sensibile; ma se il numero ne è grande potrannn senza errore sensibile essere presi per retti, ciascuno in particolare, perchè comprenderebbero una picciolissima parte di curva le cui inflessinni non sono punto considerevoli.

guasta la disposizione dell' apparecchio, conviene scegliere quella che è più analoga alla formazione della superficie della volta.

Abbiamo detto poc' anzi che si poteva considerare questa specie di volta come formata da una semi-rivoluzione della metà dell' ovale o dell' ellissi della pianta attorno l'asse maggiore. Così, prendendo questa mezza ellissi per curvatura primitiva, e dopo averla divisa in peducci si può immaginare che questa curvatura volgendosi attorno al suo diametro maggiore formi degli archi verticali concentrici che indicheranno l' apparecchio delle due nicchie riunite. Questa disposizione, perfettamente analoga alla formazione della volta, fornisce un mezzo semplice e facile per eseguirla con precisione, evitando l' inconveniente degli angoli acuti ed ottusi che puossi rimproverare al metodo precedente.

Questi ranghi di peducci sono rappresentati in pianta da linee rette paralelle all' asse minore dell' ellissi, ed in alzato, figura 7, da semi-circonferenze di cerchi concentrici, le cui linee della pianta sono i diametri. Le commessure corrispondenti a queste circonferenze formano superficie di coni tronchi, la cui sommità per ciascheduno, è il punto ove la commessura prolungata viene ad incontrare l' asse maggiore. Le altre commessure sarebbero superficie piane tendenti all' asse. Da questa disposizione d' apparecchio risulta che si possono tracciar facilmente i peducci e con maggior precisione che coll' altro metodo, e che non deroga in niente al principio generale del taglio delle pietre: non occorrono per ciò che archi concentrici per formare gli spigoli circolari e i modelli di commessura presi sulla curva della figura 6, che saranno gli stessi per tutti i peducci d' uno stesso rango.

Per tagliarli converrà cominciare da una faccia a piombo, corrispondente alla linea retta di proiezione sulla quale si tracceranno con curve gli spigoli superiori ed inferiori. Per le commessure rette occorrerà un modello levato sulla sezione, figura 6.

Per formare regolarmente le superficie d'intradosso e d'estradosso, si leveranno sulla curvatura, figura 7, delle curve concave e convesse; e per collocarle convenientemente, si divideranno gli spigoli circolari superiori ed inferiori in uno stesso numero di parti eguali.

NOTA

Sulla maniera di descrivere i cassettoni nelle volte sferiche e sferoidiche.

I cassettoni possono tracciarsi sul posto dopo che si è pulita la superficie, o sulle parti sviluppate delle faccie. Il primo metodo dà un risultato più esatto, ma è necessario far uso dell' altro per disporre l' apparecchio in modo che le commessure s' accordino colla distribuzione degli scomparti.

Per segnare i cassettoni sulla superficie di una volta sferica già edificata, qualunque sia la forma di essi, comincierassi col dividere la circonferenza a livello, che deve servir di base al primo rango, in ragione del numero de' cassettoni che si debbono trovare in ciascun rango. Da tutti i punti che indicano il mezzo delle coste e dei cassettoni si eleveranno le perpendicolari che debbono riunirsi in mezzo alla chiave della volta, come si vede tracciato per un quarto sulla figura 8 della Tavola L. Queste linee possono essere considerate come le circonferenze di molti semicerchi verticali che s' incrociano nell' asse della volta; d' onde risulta che se si tende un cordone per rappresentare il diametro di uno di questi cerchi, si troveranno i punti della sua circonferenza elevando con un piombo molti punti corrispondenti sulla superficie della volta, pei quali si farà passare una linea che sarà la circonferenza di questo cerchio. Per descriverla, converrà servirsi di una curva tagliata secondo la curvatura della volta, affilata e retta in coltello, la quale servirà di regolo. Questa curva per esser comoda e meno soggetta a deformarsi non deve avere più d' un metro in lunghezza. I punti elevati dal diametro rappresentato dal cordone devono essere meno distanti di un mezzo metro fra loro, onde aver sempre tre punti per fissare la curva.

Invece di elevare i punti a piombo di ciascun diametro, si può operare in modo più semplice e spedito col mezzo di un filo a piombo fermato in mezzo alla chiave della volta; quindi operando di notte non si tratterà che di collocare successivamente un lume ad ogni divisione opposta a quella per cui si vuole elevare una circonferenza verticale, e sull' ombra proietta dal filo si poserà successivamente la curva di cui abbiamo parlato. Dopo aver descritto con questo metodo,

o semplicemente col prender la mira, il mezzo delle coste e dei cassettoni si determinerà la loro altezza col metodo seguente che è quello da noi impiegato per segnare i cassettoni che adornano le volte sferiche della nuova chiesa di Santa Genoveffa. Questo metodo consiste nello inscrivere dei cerchi, gli uni sopra gli altri nelle divisioni o parti di sviluppo comprese fra gli archi verticali che passano per mezzo ai lati come si vede sopra uno di questi sviluppi, rappresentato dalla figura 9. Quando una volta è terminata alla sua origine da una cornice, invece di considerare il cerchio della sua base come il margine inferiore del primo rango di cassettoni, converrà alzar questo di una quantità tale che l'elevazione della volta, la sua grandezza e la disposizione dell'edificio potranno sole far conoscere. Nell'esempio che noi qui diamo, si è fissato questo innalzamento alla metà di una delle divisioni già trovate sulla circonferenza; così per fissare il margine inferiore del cerchio circoscritto del primo rango di cassettoni, si è descritto sopra EF, figura 9, una semicirconferenza di cerchio che ha dato il punto 2 pel quale si è descritto dalla sommità del triangolo sferico, formante lo sviluppo della costa, un arco di cerchio orizzontale *ab*: diviso quindi l'angolo *ga2* formato da questo segmento ed uno dei verticali EG in due eguali col mezzo di un arco descritto dal punto *a* come centro e col raggio *a2*, si è tirato dal punto *a* e per il mezzo di quest' arco una linea che ha incontrato il mezzo del cassettone nel punto 3. Questo punto è il centro del cerchio da descrivere fra le curve verticali EG ed FH che deve toccare, come pure il circolo orizzontale *ab*.

Pel punto 4 della circonferenza superiore di questo cerchio si è fatto passare un secondo circolo orizzontale che ha dato per ogni cassettone del primo rango il quadrilatero *acdb* circoscritto al cerchio che rinchiude lo scomparto. È inutile il dire che si otterranno i cassettoni seguenti ripetendo l'operazione da noi descritta (1).

L'intersezione di due diagonali curve *a3d*, *c3b* con quest'ultimo

(1) Alcuni autori determinano la diminuzione dei cassettoni per ogni ordine con quarti di cerchio, il primo de' quali è descritto dal punto 1 e col raggio E1; il secondo con un altro descritto dal punto 2 ove il primo ha tagliata la curva verticale del mezzo di una costa, e così degli altri; ma questo metodo semplicissimo rappresentato dalla figura 17, dà i cassettoni dei ranghi superiori un po' troppo allungati. Il decrescere dei cassettoni nella cupola del Panteon di Roma, che sembrano conservati fedelmente nella distribuzione primitiva, nei ristauri fatti alla volta nel 1756, sembra essere stato determinato con quest' ultimo processo.

cerchio, determinano nei quattro punti *hlmn* la metà della larghezza del campo e quella del primo quadro o incavatura; il secondo trovasi col dividere 2, 3 e *g*, 3 in due parti eguali nei punti *o* e *p* pei quali si tracciano con curve verticali ed orizzontali delle linee fino all' incontro delle diagonali. Il cerchio che comprende la massa del rosettone ha per raggio i quattro quinti della larghezza *o*3.

I cassettoni a rombo, figure 8 e 14, si descrivono conducendo delle paralelle alle diagonali dei quadrilateri circoscritti ai cerchi d'operazione, ad una distanza istessa che pei cassettoni quadrati.

Per fare i cassettoni ottagonali, figure 8 e 15, non si fa che condurre delle tangenti ai punti *klmn* che daranno i punti 9, 10, 11, 12, ecc., per i quali e pel centro 3 si faranno passare altre diagonali che colle loro intersezioni coi lati di un cassettone quadrato determineranno i punti d' accordo dei quattro lati che formano un ottagono. Il picciolo rombo situato fra i cassettoni deve avere ciascheduno dei suoi lati eguale a quello degli ottagoni cui corrisponde.

Pei cassettoni esagoni, figure 16 e 8, si determineranno i lati superiori ed inferiori col dividere gli archi *ab*, *cd*, figura 16, compresi fra le diagonali, in tre parti, due delle quali si porteranno da ciascun lato della linea verticale *db* del mezzo del cassettone; cioè per l' alto da *d* in *f* ed in *g*; e da *b* in *k* ed in *i* al basso. Si deve dividere ciascuno di questi archi, perchè quello all' alto è alquanto minore di quello al basso; quindi pei punti *f*, O, *i* e *g*, O, *k* si faranno passare due linee curve che taglieranno i lati dei cassettoni quadrati nei punti 1, 2, 3 e 4, che determineranno i lati paralelli al disopra e al disotto; si troveranno gli altri portando sul cerchio orizzontale che passa pel centro una grandezza media fra O, 1, ed O4, da O in 5 e 6. La larghezza delle incavature si marcherà tirando delle paralelle a questo primo contorno nel rapporto indicato pei cassettoni quadrati.

Per fare la proiezione in pianta di questi cassettoni si porteranno tutte le altezze sulla curvatura d'elevazione AL, figura 10, e si abbasseranno per questi punti le perpendicolari sulla linea AC della pianta, che indicheranno i cerchi orizzontali ai quali corrispondono.

Quindi avendo riportate le suddivisioni interiori di due in due sulle grandi divisioni già tracciate sulla pianta; da tutti questi punti e dal centro C della pianta, figura 8, si descriveranno degli archi di

cerchio concentrici e linee rette che col loro incontro esprimeranno la proiezione dei cassettoni descritti sulla superficie della volta. Ma se si vogliono esprimere le incavature, dopo aver tracciato il profilo, conviene abbassare le perpendicolari da tutti gli angoli.

Il metodo che abbiamo dato è lo stesso per tutte le volte a basi circolari, comunque sia la loro curva d'elevazione a tutto sesto, acuta o schiacciata.

Quanto alle volte sopra una pianta ovale od ellittica, perchè i cassettoni non producano un effetto spiacevole conviene che gli ordini dei cassettoni sieno compresi fra ellissi orizzontali, figura 11, simili a quella della base; siccome nelle volte sferiche e sferoidali su pianta circolare, esse lo sono fra cerchi concentrici. La proiezione dei lati o coste di separazione deve pur formare in pianta le linee rette che s'incrociano al centro. Queste linee che variano di grandezza, sono gli assi maggiori di tante semi-ellissi verticali che danno curve e misure diverse per la larghezza sviluppata di ciascun rango di cassettoni, ed anche per gli spigoli saglienti delle quadrature di ciascheduno.

Per riuscire a descrivere in questa specie di volta scomparti di cassettoni che producano un buon effetto, conviene, dopo aver divisa la circonferenza dell'ellisse che gli serve di base, in tante parti eguali quante se ne debbonò trovare nel mezzo dei lati e dei cassettoni, determinare la loro diminuzione come per la volta a base circolare il cui diametro fosse medio fra l'asse maggiore e minore dell'ellisse. Così per descrivere lo scomparto dei cassettoni espresso in pianta dalla figura 11, si è adoperato uno sviluppo, figura 13, fatto secondo una porzione di volta circolare in pianta il cui raggio CH è mèdio fra i due semiassi CE, CD; si sono portate le grandezze H, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 sulla circonferenza dell'ellissi media il cui semidiametro fosse eguale a questo raggio, e che si trova espressa da KH, figura 12. Quindi avendo descritto il quarto di cerchio CK che esprime la curvatura d'elevazione sul semiasse CE e l'ellissi KD che è quella il cui semiasse maggiore è espresso in pianta da CD: pei punti 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 si sono condotte le orizzontali che marcano su queste tre curve e su tutte le intermedie che si potrebbero tracciare, le altezze di ciascun rango di cassettoni e le misure dei loro quadri.

Per avere la loro proiezione in pianta, dopo aver innalzate le perpendicolari EO, HI, DS, convien prendere le distanze dai punti 1, 2, 3,

4 ecc. a ciascuna di queste linee e portarle sulla pianta dei punti E, H, D, sulle linee EC, HC e DC: per tutti questi punti, marcati colle stesse cifre si faranno passare delle ellissi che esprimeranno le proiezioni delle curve orizzontali che passano per tutte le mezzerie dei ranghi di cassettoni e dei campi che li separano. Per aver le linee di quadratura, dopo aver portato le loro misure sulla curva media KH della figura 12, si opererà come per le linee di mezzo orizzontali.

Col sussidio della pianta di proiezione, che dà tutte le larghezze, e delle curve d'elevazione della figura 12, che danno le altezze, si possono descrivere i cassettoni sulla superficie della volta sferoidica, operando come abbiamo qui sopra spiegato per le volte sferiche od a base circolare.

Gli sviluppi, figure 9 e 13, si fanno col metodo da noi indicato alle pagine 90, 91; si osserverà soltanto che tutte le larghezze si prendono sulla pianta o proiezione orizzontale, e gli sviluppi delle altezze sul profilo. Così lo sviluppo, figura 9, ha tutte le sue larghezze eguali a quelle della proiezione in pianta AILM per una metà, figura 8, di cui può essere riguardato come estensione; nella guisa che AL del profilo figura 10 è l'estensione di AI, figura 8.

M. Brunet dotto costruttore, del quale avremo più volte occasione di parlare in quest'opera, ha spinto al grado più eminente lo studio di descrivere i cassettoni nelle volte sferiche, all'occasione del lavoro di cui fu incaricato relativamente al calcolo dei ferri della cupola costrutta secondo i disegni di Bellanger, sopra la corte del Mercato delle biade a Parigi.

Si avrà a caro certamente che in seguito delle nozioni precedenti e che presentano tutta l'esattezza desiderabile per casi ordinari della pratica, qui si ponga il metodo che ha trovato per giugnere allo scopo importante che doveva conseguire.

» D'ordinario si adornano le volte apparenti con cassettoni nei
» quali s'intagliano rosettoni circolari; e perchè sieno regolari tali cas-
» settoni conviene che dal centro si possa loro inscrivere un cerchio tan-
» gente ai quattro lati. Nelle volte sopra un piano retto i cassettoni
» sono formati da un quadrato perfetto, nel quale senza difficoltà può
» essere inscritto un cerchio; ma non è lo stesso delle volte sferiche
» ove i cassettoni sono formati da quattro curve, due verticali ed

» eguali in altezza che sono i lati, e due orizzontali, una per la base
» e l'altra per la sommità, che sono ineguali perchè le loro lunghez-
» ze sono proporzionali ai raggi orizzontali da cui dipendono.

» Fino ad ora si è ottenuto il raggio del circolo inscritto dallo
» sviluppo del quarto di circonferenza; ma questo metodo di cui par-
» lerò alla fine di quest'opera, divenendo impraticabile per un quarto
» di circonferenza di 95 piedi di sviluppo, ed esigendo esattezza i
» cassettoni i cui principali hanno più di 7 piedi di sviluppo, sono
» stato costretto a cercare un metodo che desse l'altezza di ciascun
» cassettone in modo da conseguire lo scopo proposto.

» La figura 1, Tavola L, rappresenta un fuso DEPBH descritto
» sulla superficie di un globo che deve rinchiudere i cassettoni e che
» ha per base l'arco DOH, una delle divisioni che assegnano il nu-
» mero dei cassettoni sul cerchio massimo della base QOV che divide
» questo globo in due emisferi eguali. Sarà facile figurarsi quindi che la
» superficie dell'emisfero superiore sia divenuta la superficie interna di
» una volta sferica. Facendo passare un circolo massimo PGO pel
» mezzo di questo fuso, trattasi di trovare su quest'arco, pel primo
» cassettone e quindi pei cassettoni superiori, i punti C, G, *t*, dai
» quali come centri si possano descrivere de'cerchi che non facciano
» che toccare i tre lati del fuso; questi cerchi istessi danno nei punti
» A, S, *x*, l'altezza di tali cassettoni.

Costruzione.

» Figura 1. Per avere il centro del primo cassettone si porterà
» uno dei grandi archi PED, PBH, che sono ciascuno di 90° sul cer-
» chio massimo piano VOQ, da D in *g*, e la metà DO dell'arco della base
» del fuso, da D in F sull'arco o lato PED. Se per i punti *g*, F si fa
» passare un grand'arco il cui centro sia preso sul prolungamento
» dell'arco PED, dico che quest'arco *g*CF sarà perpendicolare al
» detto arco massimo PED, e che taglierà l'arco del mezzo in un
» punto C che sarà il centro del circolo inscritto; in guisa che si
» avrà il raggio CO eguale al raggio CF; descrivendo questo cerchio
» darà sulla curva del mezzo, nel punto A, l'altezza del cassettone, e
» si farà passare per questo punto A un cerchio orizzontale MAN, che
» determinerà in *a*A*b* il quarto lato del cassettone.

» Per avere il centro del secondo cassettone si farà l' arco OHV
» di 90° e pei punti V, A si farà passare un arco di circolo mas-
» simo VAE il cui centro sarà preso sul prolungamento della curva
» del mezzo PGO, onde questi archi si taglino ad angoli retti; quest'ar-
» co VAE taglierà in B, E, le coste del fuso, e si avrà BA = AE.
» Si porterà l'arco EA sulla costa del fuso in E*f*, pei punti *g*, F, si
» farà passare un arco di circolo massimo che taglierà l'arco di mez-
» zo nel punto G; questo punto sarà il centro del cerchio inscritto,
» che darà in S l'altezza del secondo cassettone, e per questo punto
» S si farà passare un circolo orizzontale *e*S*n* che terminerà nei
» punti T, R, l'altezza del quarto lato del secondo cassettone.

» Una simile operazione, dopo aver descritto l'arco di circolo
» massimo V*z*S*y*, darà, portando *y*S in *yp*, e descrivendo l' arco di cir-
» colo massimo *gp*, un punto *t* sulla curva del mezzo, che sarà il
» centro del circolo inscritto nel terzo cassettone: lo stesso dicasi
» dei cassettoni superiori.

Dimostrazione.

» Pel primo cassettone: il fuso D*g*F è eguale al fuso DPO, poi-
» chè le sue coste DH*g*, FI*g*, sono ciascuno di 90°, e per costru-
» zione la sua base DF è eguale a DO. Se dagli archi eguali DH*g*, DEP
» si sottraggono gli archi eguali DO, DF, i complementi OH*g*, FEP
» saranno eguali ed i triangoli *g*OC, PFC, rettangoli in O, F, saranno
» eguali e simili; perchè il lato *g*O è eguale al lato PF, e gli angoli
» in *g*, P, sono eguali poichè sono misurati dagli archi DF, DO che
» sono eguali per costruzione, in guisa che i piccioli lati CO, CF di
» questi triangoli sono eguali, e per conseguenza il punto C è il cen-
» tro del triangolo inscritto nel primo cassettone.

» Pel secondo cassettone: l'arco di circolo massimo *g*G*f*, per-
» pendicolare all' arco di cerchio massimo P*f*E sega nel punto *q* l'ar-
» co di circolo massimo VBAE perpendicolare all' arco di mezzo PGO;
» io dico che i triangoli *qf*E, PAE, rettangoli in *f*, A, sono eguali e
» simili perchè hanno un angolo comune in E, e per costruzione il
» lato EF è eguale al lato EA; si avrà per conseguenza il lato E*q*
» eguale ad EP; se da questi lati eguali si tolgono gli archi eguali
» EA, E*f*, i residui A*q*, *f*P saranno eguali; allora i triangoli *q*AG,

» PfG saranno eguali e simili, poichè sono rettangoli in A, f, ed
» hanno, come si è veduto, il lato Aq eguale al lato fP, e gli angoli
» AGq, fGP sono opposti al vertice. D'onde risulta che il lato mi-
» nore AG essendo eguale al minor lato fG, il punto G è il centro
» inscritto nel secondo cassettone.

» Nella stessa maniera si dimostrerà riguardo al terzo cassettone,
» che gli archi ptg, yzV, tagliandosi nel punto u, i triangoli rettan-
» goli uSt, Ppt, sono eguali e simili, d'onde risulta che il lato mi-
» nore tS essendo eguale al minore tp, il punto t è il centro del cer-
» chio inscritto nel terzo cassettone. Sarà lo stesso pei cassettoni su-
» periori.

Soluzione.

» Pel primo cassettone, nel triangolo gOC, rettangolo in O, si
» conosce il lato Og, complemento del semiangolo della base DO, e
» l'angolo in g, misurato dall'arco DF eguale a DO; si troverà il lato
» minore o raggio CO, con questa analogia.

» 1ª. Analogia. *Il seno totale sta al seno del lato conosciuto* (in
» questo caso gO) *come la tangente dell'angolo obliquo* (qui l'angolo
» in g eguale all'angolo in P, prima semibase) *sta alla tangente del-*
» *l'altro lato del triangolo* (in questo caso il lato minore CO eguale
» a CF).

» Nel triangolo PAE, rettangolo in A, si conosce il lato PA cose-
» no dell'altezza AO del primo cassettone; si troverà il lato piccolo
» AE per la stessa analogia e colla stessa maniera che si è trovato
» il lato piccolo CO del triangolo gOC.

» Pel secondo cassettone, nel triangolo PAE, rettangolo in A,
» si conosce il lato PA, complemento dell'altezza ACO del primo cas-
» settone, e l'angolo in P, misurato dall'arco DO; si troverà il lato
» minore EA coll'analogia precedente, e si otterrà l'ipotenusa PE
» con quest'altra analogia.

» 2.ª Analogia. *Il coseno dell'angolo obliquo conosciuto* (in tal
» caso gO) *sta al seno totale, come la tangente del lato conosciuto*
» (in tal caso PA) *sta alla tangente dell'ipotenusa cercata* (per que-
» sto caso PE).

» Nota. Siccome queste due analogie sono le sole delle quali si

» farà uso nell'operazione dei cassettoni, esse non vi saranno indicate che
» per la prima e seconda analogia.

» Si dedurrà il lato minore AE, trovato dopo il primo casset-
» tone, dall'ipotenusa PE che si è ottenuta colla seconda analogia;
» resterà il lato P*f* del triangolo P*f*G, rettangolo in *f*, di cui si co-
» nosce l'angolo in P, misurato dalla semibase DO. Si troverà quindi
» il lato minore o raggio *f*G colla prima analogia.

» La dimostrazione è la stessa pei centri dei cassettoni superiori.

Costruzione grafica.

» Si potrà stabilire la presente costruzione sopra una figura in
» grande battendo il cordone, onde poter cassare le linee a misura
» che si saranno ottenute le altezze dei cassettoni; e potrà bastare la
» metà del cerchio della volta.

» Sia un cerchio PL*g*D, figura 2, la pianta di una volta sferica.
» Io suppongo qui, perchè l'operazione sia più sensibile, che questo
» cerchio non sia diviso che in otto parti che debbono servir di basi
» ad altrettanti cassettoni, e che l'arco OD, misura dell'angolo DHO,
» sia la metà di una di queste divisioni. Per un punto M preso a pia-
» cere sul raggio HO, si condurrà MF, paralella al diametro LD, che
» si taglierà ad angoli retti col secondo diametro *g*P. Pel punto I ove
» questo secondo diametro taglia la linea MF, si condurrà IK, para-
» lella al raggio HO; nel punto M si eleveranno alle linee MI, HO,
» le perpendicolari MK, MN; all'intersezione K delle linee IK, MK,
» si prenderà MK che si porterà in MN e si traccierà il raggio HNC.
» La corda dell'arco OC sarà il raggio del cerchio inscritto pel pri-
» mo cassettone.

» Gli archi *g*O, OD, OC, sono rappresentati dalle stesse lettere
» sulla figura 1.

» Per ottenere il centro del secondo cassettone, si porterà due
» volte l'arco OC, da D in A, l'arco DA sarà l'altezza del primo
» cassettone, e l'arco AP il suo complemento. Per un punto *a* preso
» a piacere sul raggio HA si condurrà la linea *aq* paralella al diame-
» tro LD, che taglierà nel punto *b* il diametro *g*P; per questo punto
» *b* si condurrà *dm* paralella ad HO; o, ciò che è lo stesso, si farà
» l'angolo *abd* eguale al primo angolo della base DHO. Pel punto *a*

» si condurranno alle linee *aq*, HA, le perpendicolari *ad*, *ae*; pel
» punto *e*, si condurrà il raggio HB che darà sul cerchio l'arco BA.
» Si porterà *bd* in *bq* sulla linea *aq*; pel punto *q* si descriverà il
» raggio HE; si porterà l'arco BA in E*f*, e si descriverà il raggio H*f*,
» che taglierà nel punto *h* la linea *aq*; per questo punto *h* si con-
» durranno alle linee *aq*, H*f* le perpendicolari *hm*, *hn*; all'incontro
» *m* colla linea *dm*, si prenderà *hm* che porterassi in *hn*; e pel pun-
» to *n* si condurrà il raggio HG. La corda dell'arco G*f*, sarà il rag-
» gio del cerchio inscritto nel secondo cassettone; portando due volte
» l'arco G*f*, da A in S, l'arco AS sarà l'altezza di questo stesso cas-
» settone, e l'arco PS sarà il complemento dell'altezza dei due pri-
» mi cassettoni.

» È essenziale l'osservare che l'angolo *dba* è sempre eguale al-
» l'angolo OHD.

» La stessa operazione darà i centri dei cassettoni superiori.

» La descrizione dei cassettoni nelle volte sferoidiche esige un al-
» tro metodo: quello che ho esposto non può applicarsi che alle
» volte esattamente sferiche, ed io lo credo preferibile in questo caso
» per la sua precisione, alla descrizione col mezzo degli sviluppi.

(Estratto di una Memoria sulle dimensioni dei ferri che debbono fo:sare la cupola del Mercato dei grani, stampata nel 1809, per ordine del ministro dell' interno).

CAPO TERZO

DELLE VOLTE COMPOSTE

Volte pendenti, o volte sferico-cilindriche formanti la base delle cupole erette su pianta quadrata.

Le volte pendenti sono parti di volte sferiche o sferoidiche risultanti dalla sottrazione di varie porzioni di queste volte con piani verticali ed orizzontali. Si adoprano le volte pendenti per istabilire una pianta circolare od ellittica sopra una pianta quadrata o rettangolare, o sopra un poligono qualunque nel quale sembra inscritta. Le cupole erette sopra la crociera delle navate di una chiesa sono erette nell' istesso modo. Quando la pianta della croce è un quadrato, le faccie delle arcate che formano l' apertura delle navate possono considerarsi come i piani verticali che tagliano da una volta sferica quattro segmenti, e la base del tamburo come un quinto piano orizzontale che sopprime la parte superiore della volta, in guisa che di questa volta non rimangono che quattro triangoli sferici. Onde correggere il cattivo effetto che risulta da questi triangoli che sembrano non appoggiare che sopra un punto, ed ingrandire nello stesso tempo il diametro della cupola, gli architetti hanno formato in molti edifici di questo genere un taglio in linea retta come nelle cupole di San Pietro di Roma, degl'Invalidi, della Nuova chiesa di Santa Genoveffa ed altre. Risulta da questa disposizione che la faccia delle volte pendenti non è più una parte di volta sferica, ma una superficie irregolare, di cui una metà è rappresentata in pianta ed in alzato da ABCD figure 1, 2, 5 e 6, Tavola LI, che Frezier indica sotto il nome di superficie sferico-cilindrica, terminata da tre archi di cerchio e con una retta per base.

Se invece di una retta Aq, si prende per base l' arco di cerchio

AH, descritto dal centro della cupola segnato E, la volta pendente diverrebbe una parte di volta sferica regolare ehe non presenterebbe maggiori difficoltà ehe gli strapiombi delle volte sferiche inscritte in un poligono qualunque; e per tal modo si eviterebbe la deformità delle superficie storte il cui effetto è così sensibile nelle volte pendenti della eupola degl'Invalidi. Questa base curva non impedirebbe che la parte dei piloni che vi corrisponde non fosse in linea retta. La differenza sarebbe tanto meno sensibile in quanto che si trova sempre una cornice, un plinto od uno sporto qualunque nel punto della loro commessnra. Allora tutte le curve comprese nei piani vertieali tendenti all' asse della eupola sarebberò cerchi massimi della sfera il eui raggio è AE.

Conviene inoltre osservare ehe nello stesso easo in eui si volesse eonservare la linea retta AB, la parte ADG potrebbe sempre essere un triangolo sferieo. La parte AGCB, sarebbe del pari formata da archi di eerchio sitnati nei piani verticali tendenti all' asse, i cui raggi sarebbero diversi per ciascheduno, e i eui eentri sarebbero sullo stesso piano orizzontale ove si trova quello della parte sferica; la grandezza dei raggi degli archi della parte mistilinea aumenterebbe a misura che si allontanassero da AG, in guisa che il più grande sarebbe quello dell' areo BC del profilo, figura 7, il cui eentro è in I.

Apparecchio delle volte pendenti con ranghi di peducci orizzontali.

Questa disposizione di apparecchio è quella che conviene meglio alla solidità ed alla più facile esecuzione. La proiezione di questi ranghi di pedueci è espressa in pianta da arehi di eerchi eoneentriei pei triangoli sferici AGD, figure 2 e 6, e per eurve ehe si drizzerebbero da GC fino ad AB.

Per aver queste eurve conviene supporre fra G e C altrettanti archi verticali quanti punti si vorranno avere per eiascuna eurva, e riunirli in profilo, figura 3, in guisa ehe abbiano un puuto eomune B: così, si porteranno AG, *ab*, *cd*, BC, proiezioni in pianta di questi archi, da O in C, *d*, *b*, G, figura 3, e si tireranno le corde BG, B*d*, B*b* e BC, snl mezzo delle quali s'innalzeranno perpendicolari indefinite ohe segheranno l' orizzontale BI in 1, 2, 3, I, che saranno i eentri di ciaseuno di questi archi. Si prenderanno le distanze della direttrice

BO alle intersecazioni formate da questi archi e dalle altezze delle corsìe, che si porteranno sulla loro proiezione in pianta, figura 2. Per esempio per l' arco BG si prenderà la distanza dei punti *p*, *n*, *l*, *i*, *g*, ed *e* a questa direttrice BO, che si porterà sulla pianta da A in *p*, *n*, *l*, *i*, *g*, ed *e*; quando si avrà operato così per gli altri archi, si faranno passare per tutti questi punti le curve *ef*, *gh*, *ik*, *lm*, *no*, e *pq*, che si vanno drizzando da GC in AB.

Quindi si descriveranno i punti *e*, *g*, *i*, *l*, *n*, *p*, e da E come centro si descriveranno degli archi fino all'incontro di AD, che indicheranno, del pari che le curve qui sopra indicate, gli sporti corrispondenti a ciascuna linea o commessura orizzontale.

Questi archi la cui proiezione in pianta, figura 2, è indicata dalle linee rette 9, 10; 11, 12; 13, 14; 15, 16; 17, 18; 19, 20 ed AG tendenti al centro della sfera, sono marcati cogli stessi segni nella figura 3. Sopra ciascuno di essi si elevano le curve che servono a tracciare le pietre ed a guidare in seguito nell' operazione dell' arricciatura. Convien osservare che questi archi i quali presentano sezioni fatte con piani verticali che s' incrociano all' asse, hanno il loro centro sullo stesso, ma non tutti nel medesimo punto come i cerchi massimi della sfera.

Volte pendenti apparecchiate in tromba o con peducci disposti in forma di pennacchio.

Questa disposizione di peducci che vanno allargandosi all' alto e che sono rinchiusi fra commessure saglienti continue ha fatto dare alle *volte pendenti* nelle quali è stata adoperata il nome di pennacchi.

La superficie dei pennacchi è supposta formata da archi di cerchio come le altre volte pendenti; ma questi archi invece d' essere compresi nei piani che tendono all' asse della cupola sono compresi fra piani che si riuniscono nell' interno di ciascun pilone ad una verticale la cui proiezione è il punto K.

Perchè questo genere di apparecchio produca un buon effetto non è necessario che la divisione delle commessure saglienti sia fatta sull' arco intero CD della pianta, figura 6, ma sulla parte CM, onde evitare la magrezza troppo grande degli spigoli del rango di peducci che deve congiungere AD.

La parte MD dell' arco AD appartiene all'apparecchio di quest' arco, in una estensione che può essere il quarto o il quinto dell' arco CD: qui trovasi alquanto più picciola del quarto.

Per descrivere la proiezione di queste commessure si è cominciato a dividere CM in nove parti eguali, una delle quali si è data alla metà della chiave o rango di peducci corrispondente al mezzo della volta pendente, e due di queste parti per ciascuno degli altri peducci: quindi avendo continuato AD fino all' incontro di CB prolungata in K; si sono condotte da questi punti a quelli di divisione 1, 2, 3 e 4, delle linee rette che tagliano AB nei punti 5, 6, 7, 8: queste linee 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8 esprimono la proiezione delle corde degli archi che debbono formare le commessure saglienti dei peducci. Riportando questi punti sull' alzato, figura 5, ove sono marcati colle stesse cifre, si tireranno del pari le corde; ma nè quelle della pianta, nè quelle dell' alzato danno la vera lunghezza di esse a causa della loro doppia obliquità. Per averle converrà, dopo aver condotta l' orizzontale indefinita CD, figura 7, condurle una perpendicolare O'B eguale a B'C' dell' alzato e portare su CD le distanze O'1, O'2, O'3, O'4, O'D eguali a B, C; 5, 1; 6, 2; 7, 3; 8, 4; 8, D della pianta; quindi condurre le linee BC', B1, B2, ecc. che saranno le corde degli archi cercati. Si troveranno i loro centri alzando sul mezzo di ciascheduno delle perpendicolari che taglieranno l' orizzontale BN nei punti 4, 5, 6, 7, 8, ecc., che saranno i centri degli archi corrispondenti a ciascuna di queste corde. Prolungate quindi le linee 17, 18, 19 ecc. delle commessure orizzontali di ciascun peduccio in alzato, in modo che taglino gli archi che abbiamo descritti, queste intersezioni serviranno a trovare le proiezioni in pianta delle commessure orizzontali, portando la loro distanza dalla linea OB, sulle linee 1, 5; 2, 6; 3, 7; e 4, 8 della pianta partendo dalla linea AB. Così per la commessura P21 del profilo figura 7, si porterà P'*a* sulla pianta da B in *g*; P'*b* da 5 in *i*; P'*c* da 6 in *m*, e P'*d* da 7 in *o*: pei punti *g*, *i*, *m*, *o* si traccierà una curva che sarà la proiezione delle commessure situate sulla linea P21.

La proiezione in pianta di queste commessure e la loro intersezione con quelle rappresentate dalle linee 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8, forniscono un mezzo facile di descrivere l'accorciamento delle commessure saglienti nell' alzato figura 5, portando le distanze fra queste intersezioni e la linea

BC della pianta, sulle linee rette che indicano le commessure orizzontali in questa elevazione, dopo la verticale B'C'.

Per far tagliare i peducci di queste volte pendenti nell' una e nell' altra maniera non occorrono che cerchi fatti secondo le curve sviluppate delle commessure orizzontali e verticali. La figura 4 fa vedere la forma dei peducci della quarta corsìa apparecchiata per ranghi orizzontali, indicata dalle lettere *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, ecc.; e la figura 8, un peduccio della parte apparecchiata in tromba.

Non si può a meno di osservare che questa seconda maniera è soggetta a maggiori difficoltà, e che ha pure lo svantaggio di produrre una spinta grandissima contro gli archi.

Volta a spigolo annulare o in pianta circolare.

Questa specie di volta, una parte della quale è rappresentata dalle figure 1, 2, 3 e 4, Tavola LII, è composta di due volte a botte di diversa natura che s' incrociano. La principale AHDE, compresa fra due muri circolari concentrici, è chiamata volta annulare. Questa volta è attraversata da una specie di botte conica irregolare IGQS formante lunette, che ha, per quanto è lunga, la stessa altezza di curvatura della volta annulare, ma la cui larghezza va aumentando, a causa della tendenza delle linee nelle quali è compresa, al centro delle circonferenze dei muri della volta annulare. Siccome le curvature rialzate non producono mai un buon effetto, si è preso per curvatura primitiva il quarto di cerchio MS, figura 4, che ha per raggio la minor larghezza QS. Ne risulta che la curvatura a partire da questa linea è formata da quarti di ellissi differenti il cui semi-asse maggiore va aumentando da QS fino ad IG, mentre il minore rimane lo stesso. Gli spigoli CB, CF, delle lunette formate dalle incrociature delle volte a botte, sono a doppia curvatura.

Il padre Derand è il primo che abbia parlato di questa specie di volta; ma il metodo che dà per tracciarne la proiezione non è giusto. Esso indica sulla pianta la proiezione degli spigoli formanti le lunette, con archi di cerchio che fa passare pel punto di mezzo C e gli angoli dei piediritti B ed F, mentre questa proiezione è una curva speciale che non può essere determinata che dall' intersezione dêlle commessure corrispondenti delle volte a botte che s' incrociano. Delarue

ha adottato lo stesso metodo che egli ha cercato di rettificare. L' errore di questi autori è d' aver voluto determinare la riunione delle commessure orizzontali secondo la curva degli spigoli invece di seguir quella che dà naturalmente l' incontro delle commessure. M. Frezier ha rilevato quest'errore nel Capo IX dell' VIII Libro del suo Trattato di Stereotomia.

Del resto non v'è altra difficoltà in questa specie di volta che i peducci formanti gli spigoli delle lunette. Il miglior mezzo per operare con precisione è quello che abbiamo sopra spiegato per le volte a crociera, irregolari od esagone, pagine 150 e seguenti, e per le volte sferiche, pagine 177 alle 181. Cioè che dopo aver descritta in pianta la proiezione dei peducci formanti gli spigoli diagonali, come 1, *f*, 6; 2, *g*, 5; 3, *h*, 4, se ne leveranno i modelli coll'aiuto de' quali si faranno tagliare i prismi a base mistilinea. Sulle faccie piane del solido, come 2, 7 e 5, 8, si applicheranno gli altri modelli *k*, *b*, *c*, *l*, e *b'*, *c'*, V, *l'*, presi sulle curvature espresse dalle figure 2 e 3. Questi due modelli bastano per isviluppare tutte le faccie di questi peducci, come si vede nelle figure 7 ed 8.

Osserveremo soltanto che per formare regolarmente le parti delle superficie concave convien servirsi di un regolo retto pel lato 2, *g*, *f*, 7, e regoli più o meno curvi in pianta, come i regoli pieganti, ma retti al disotto, per l' altro lato *g*, *f*, 5, 8, come *f*, 8 e *g*, 5; e picciole cerchiature foggiate secondo le parti di curvatura *b*, *c* e *b'*, *c'*, figure 2 e 3.

Tromba portante un muro rotondo, eretta sopra un muro dritto.

Questa apecie di tromba non ha verun rapporto con quelle di cui si è poc' anzi parlato, e può essere considerata come una volta che sostiene un muro rotondo. Il maggior sporto che si possa dare alla parte di tamburo che essa sostiene, non deve eccedere i due terzi del raggio di sua curvatura esterna, e fa d' uopo che la curvatura del peduccio abbia maggiore altezza che sporto: in quanto alla curvatura di questa elevazione, essa dipende da quella che si prende per curvatura primitiva. Nell'esempio rappresentato dalla figura 9, abbiamo scelto per curvatura un semicerchio. Per trovare la curvatura dell' altezza, abbiamo considerato la curvatura primitiva come base di un semicilindro orizzontale che ne incontra un altro maggiore posato verticalmente, che

è quello del muro rotondo. La curva formata dall'incontro di questi due cilindri ci ha indicato quella che deve formare lo spigolo del muro rotondo che è pur quella dello spigolo della volta.

Questa curva essendo simmetrica e a doppia curvatura, se s'immaginano linee rette tracciate da tutti i punti di una metà all'altra, formeranno la superficie della volta che sostiene il muro rotondo. Si avrà il profilo di questa abbassando dai punti di divisione *a*, *b*, *c*, della curvatura primitiva, delle linee paralelle alla verticale sulla pianta, figura 10; e conducendo altre orizzontali *a*, *a''*; *b*, *b''*; *c*, *c''*, per avere le altezze e gli sporti sul profilo, figura 11, si porteranno quindi le distanze 1, *c*; 2, *b'*; 3, *a* della pianta, in C'', 1; C'', 2; C'', 3 del profilo; per questi punti si eleveranno delle perpendicolari che taglieranno nei punti *a''*, *b''*, *c''*, le orizzontali tirate dagli stessi punti sopra l'alzato. Le intersezioni di queste linee indicheranno la curvatura del profilo della volta, che si avrà tanto più esattamente quauto più si saranno moltiplicati i punti di divisione. Così questa curva non può essere arbitrariamente, come si è preteso da molti autori, un arco di cerchio, una parte d'ellissi, d'iperbole o di parabola; è una curva meccanica che è il risultato necessario dell'incontro di due superficie curve di cilindro. Questa curva è quella che Frezier indica sotto nome di cicloimbra, Libro I, Teorema XVIII.

Per tracciare i peducci di cui si compone questa tromba conviene cominciare dal far tagliare in ognuno la faccia più grande che deve avere: così pel secondo peduccio, che supponiamo formare la grossezza del muro, si comincierà dall'indicare sull'alzato e sulla pianta la massa quadrata 1, 2, 3, *o*, figura 9, e 4, 5, 6, 7, figura 10, nella quale deve essere compreso; si leverà il modello *m*, *i*, o, *n*, *k*, *p*, figura 9, esprimente la parete che deve formare sulla faccia retta del muro indicata in pianta da GH; e il modello 4, 8, *b'*, B, 9, 5, della sua proiezione in pianta, figura 10. Fatte tagliare ad angolo retto le due superficie piane corrispondenti l'una alla linea 4, 5 della pianta, e l'altra a quella 1, o dell'alzato, si applicherà sulla prima l'assicella *m*, *i*, o, *n*, *p*, *k*, e l'assicella 4, 8, *b'*, B, 9, 5 sulla seconda, per tracciarvi il loro perimetro. Fatte tagliare le commessure piane *m*, *i* ed *n*, *k* vi si applicheranno le parti dei modelli delle commessure *k'*, *c''*, *f''* ed *i''* *b''*, e'', prese sulla figura 13, per descrivere il loro contorno; secondo le quali e quello descritto

sul letto superiore *i, o,* si abbatterà la pietra per formare la superficie convessa della parte corrispondente al muro rotondo, che deve essere in squadro col letto superiore. Si formerà la superficie *m, b, n, c* con una curva tagliata secondo il profilo figura 11, posato sempre verticalmente o a piombo, come lo indicano le linee *bs, tv, cx.* Quanto alla commessura curva *m, n,* essa deve essere incavata perpendicolarmente alla parete interna del muro che è rappresentato dalla prima superficie retta.

La figura 14 indica questo peduccio sviluppato. Quanto allo sviluppo, figura 12, siccome non potrebbe essere applicato che sulla superficie già fatta della volta, si può farne a meno.

Il metodo da noi insegnato sembrerà dapprima dover importare una gran perdita di pietra; ma convien fare attenzione che noi non indichiamo che due superficie preparatorie che debbono servire, e che non è necessario, a causa dei modelli di cui abbiamo fatto uso, che la pietra poggi su tutta la parte indicata in pianta da *b'*, B', 9, 7; basta che possa poggiare sui punti *b'*, *c'*, B'. È lo stesso della parte triangolare 1, *m, i* dell' alzato.

SEZIONE SESTA

APPARECCHIO DELLE SCALE IN PIETRA

CAPO PRIMO

DELLA VITE DETTA *Saint-Gilles* SOPRA UNA PIANTA QUADRATA

Questa volta rappresentata dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola LIII, sembra essere stata così nominata perchè corrisponde a scalini che tendono tutti ad un solo punto, come la vite Saint-Gilles rotonda. È un composto di volte a crociera ed a schifo, storte e rampanti, la cui esecuzione presenta molta difficoltà. Non vi sono che le curvature corrispondenti agli spigoli degli scalini perpendicolari alle metà delle faccie che possano esser dritte; tutte le altre sono oblique e formano ellissi più o meno allungate, in ragione degli scalini ai quali corrispondono.

La pianta di questa volta essendo regolare ha bastato fare la metà della sua proiezione orizzontale ABCD, figura 1; l'altra, essendo affatto simile, non avrebbe presentato che una ripetizione inutile al nostro oggetto. Si è scelto per curvatura primitiva una semicirconferenza di cerchio IKL elevato perpendicolarmente sopra IL come diametro. Ed è su questa circonferenza che abbiamo fatta la divisione dei peducci indicati dai punti *a, b, c, d, e, f,* pei quali si sono condotte delle parallelle alle faccie BC ed FG del muro e dell'albero fino all'incontro delle diagonali FB e GC. Queste linee che indicano la proiezione dei ranghi di peducci, formeranno nella proiezione in pianta della volta intera, de' quadrati inscritti gli uni negli altri, come la pianta di una volta a schifo.

Le due metà della curvatura primitiva sono rappresentate nella sezione, figura 2, collo spessore della volta estradossata orizzontalmente nel

senso della direzione degli scalini ch' essa deve sostenere. Questa figura presenta una sezione della parte di volta rampante che forma volta a schifo lungo il muro BC e la parte in angolo CD, colla proiezione delle commessure corrispondenti a quelle indicate in pianta con *aa*, *bb*, *cc*.

La figura 3 presenta la metà della sezione dalla parte dell' albero, formante volta a crociera colle inclinazioni delle commessure corrispondenti a quelle della pianta *ff*, *ee*, *dd*.

Prima d' indicare i mezzi di segnare le pietre per formare i peducci secondo queste diverse proiezioni, è utile richiamare alcuno dei princìpi da noi spiegati al principio di questo Libro.

1.° Gli spigoli e le superficie dei corpi solidi non possono essere rappresentate in tutta la loro estensione che sopra un piano nel quale potrebbero essere comprese, o sopra un piano paralello.

2.° Una proiezione qualunque può essere considerata come la riunione sopra uno stesso piano di tutte le parti che possono essere proiettate su questo stesso piano, fatta astrazione dalle distanze fra esse e tal piano.

3.° La necessità di fare astrazioni dalle distanze perpendicolari ai piani di proiezione obbliga quindi a cercare la vera grandezza degli oggetti che non sono paralelli a questi piani, sopra linee che sono considerate rappresentare in profilo i piani delle proiezioni orizzontali e verticali.

La proiezione orizzontale non può esprimere in tutta la loro estensione che le linee e le superficie comprese da piani che le sono paralelli.

Del pari i profili e le sezioni rappresentate dalle figure 2, 3, non danno le esatte dimensioni che delle linee o superficie comprese dai piani verticali che loro sono paralelli.

Ciò che si è detto renderà più facile l' applicazione del metodo precedente alla segnatura dei peducci della specie di volta di cui si tratta, i quali debbono avere tutte le superficie storte. Questo metodo differisce poco da quello indicato da M. Frezier, Libro IV, Capo VII del suo Trattato di Stereotomia.

Si comincierà dall' indicare sulle proiezioni in pianta ed in alzato il peduccio che si vuol eseguire, onde levare le faccie che comprendono le sue maggiori dimensioni in lunghezza, larghezza ed altezza:

avendo quindi fatto tagliare un prisma che abbia per base la superficie della sua proiezione in pianta, sulle superficie verticali di questo prisma si descriveranno, coi modelli levati sulle proiezioni corrispondenti, le linee rette o curve per isviluppare le superficie che debbono determinare la sua forma.

Tutti gli scrittori sul taglio delle pietre che hanno dato il taglio di questa specie di volta fanno le commessure di testa dei peducci di ciascun rango, secondo la direzione degli scalini, d' onde risultano angoli acuti in pianta ed in alzato che sono contrarii alla solidità.

Questa disposizione viziosa non può avere altro oggetto che una maggiore facilità per lo sviluppo dei peducci. Nondimeno poichè è forza, a causa dell' ineguaglianza dei gradini, cercare l' allnngamento di ciascuna curva che corrisponde alle sezioni verticali fatte secondo la direzione di questi gradini, non sarà più difficile che il cercare la curva prodotta da sezioni perpendicolari all' asse di ciascuna parte di volta a botte. Non vi ha differenza se non in quanto le curve corrispondenti alla direzione de' gradini sono curvature schiacciate, le cui origini sono a livello, mentre quelle che risultano da sezioni perpendicolari all' asse sono archi rampanti.

Per descrivere la parte d' arco rampante che deve formare la commessura *gh*, figure 1 e 2, convien dividere gli archi *ab* delle curvature primitive, figura 2, da cui essa deriva, in parti eguali, e condurre pei punti di divisione, delle linee che tagliano *gh*, che si può riguardare come il profilo di nn piano verticale passante per questa commessura. Queste intersezioni daranno le altezze che, a partire dal punto *h*, debbono corrispondere agli sporti dati in pianta, figura 1, dalle paralelle condotte dai punti di divisione dell' arco primitivo *ab*, sulla proiezione della stessa commessura indicata in pianta da *gh'* ove questa linea rappresenta, come *gh* della sezione, la proiezione del piano verticale che forma questa commessura.

Per tracciare la curva che corrisponde a *gh'* della pianta conviene portare sulle paralelle che indicano gli sporti, le altezze *h*3, *h*4, ed *hg* della commessura *gh* in alzato, figura 2, da 3 in 3', da 4 in 4' e da *g* in *g'* della pianta, figura 1, e descrivere con un regolo piegante pei punti *h'*, 3', 4', *g'* una curva che esprimerà la parte dell' arco rampante della commessura indicata da *hg* sulla pianta e sulla elevazione, figure 1 e 2. Si opererà del pari per trovare le curve corrispondenti

alle altre commessure. Conviene osservare che quelle che corrispondono perpendicolarmente al mezzo delle faccie dei muri e dell' albero sono porzioni della curvatura primitiva. Quanto alle curvature che corrispondono alla direzione dei gradini, sono metà di ellissi il cui asse minore indicante l' altezza di curvatura è sempre lo stesso, mentre l' asse maggiore che è a livello si trova rappresentato dalla linea tendente al centro, alla quale esso corrisponde. Queste ellissi che si descrivono facilmente col mezzo dei fochi, servono a formare le curve per l' ultimo pulimento quando è terminata la posatura della volta.

Le figure 4 e 5 indicano la maniera di descrivere il secondo peduccio di spigolo. La prima esprime la proiezione orizzontale M che deve servire come modello di base per tagliare il prisma nel quale è compreso questo peduccio. L' altra presenta l' alzato del prisma veduto sull' angolo, nel quale si è sviluppato il peduccio col mezzo dei modelli di commessura B e C situati a destra ed a sinistra dove sono rappresentati in tutta la loro estensione.

Le figure 6 e 7 esprimono le proiezioni orizzontale e verticale del peduccio formante la chiave dell' arco diagonale indicato da N nella pianta figura 1.

Questa proiezione ripetuta dalla figura 6, dà la faccia della base del prisma nel quale questa chiave è compresa. La figura 7 rappresenta la sua proiezione verticale veduta sull' angolo, onde far comparire le commessure sulle quali debbono essere applicati i modelli E ed F rappresentati in tutta la loro estensione.

Finalmente le figure 8 e 9 esprimono le proiezioni orizzontale e verticale del secondo arco diagonale dalla parte dell' albero, formante volta a crociers, la cui proiezione è indicata dalla lettera O nella pianta figura 1 e riportata alla figura 8, onde servirsene di modello per la base del prisma nel quala è compreso questo peduccio. H, I, sono le faccie delle commessure sviluppate.

Le proiezioni orizzontale e verticale sono state fatte secondo i principi da noi testè spiegati, riferendo tutte le lunghezze e larghezze ad un solo piano orizzontale, e le altezze ad uno stesso piano verticale.

Quanto alle faccie delle commessure espresse in pianta ed in alzato colle linee rette *gh*, si sono riportate tutte le larghezze ed altezze sopra queste linee.

Così pel secondo peduccio rappresentato dalla figura 5, si è cominciato ad elevare da tutti i punti delle linee *pg*, e *gp* della pianta figura 4, delle perpendicolari indefinite, ed una dal punto *b* sulla quale si è preso un punto *a* per rappresentare l'angolo inferiore rientrante di questo peduccio. Avendo quindi portato al disopra in *r*, e al disotto in *k*, la misura della inclinazione delle parti ascendenti e discendenti, si sono condotte pei due punti *r* e *k* delle orizzontali che determinano i punti *h* ed *h'* dell'alzato, per la loro intersezione colle perpendicolari innalzate dai punti corrispondenti della pianta ed indicati dalle stesse lettere. Quindi si è tirata la linea inclinata *hah'* per rappresentare lo spigolo apparente delle commessure inferiori del peduccio.

Per avere il contorno del pezzo discendente di questo peduccio dopo il punto *a*, si sono prese le altezze *h*, 2, 3, 4, *g*, *n*, indicate sulla commessura verticale *gh* della curvatura figura 2, e si sono portate sulle perpendicolari elevate dai punti corrispondenti della figura 4, partendo dall'orizzontale inferiore che passa pel punto *h*.

Pel braccio rampante, si sono prese le altezze sulla commessura verticale *g' h'* della curvatura inferiore (figura stessa) indicate dalle lettere *h''* 8, 9, *g''* *n''* che si sono portate del pari sulle perpendicolari elevate dalla figura 4, partendo dalla orizzontale superiore che passa pei punti *r*, *h'*.

Si trovano le divisioni sulle linee verticali *gh* e *g'h'* che indicano le commessure, tracciando dagli spigoli 7, *a*, *b*, 12 del profilo del secondo peduccio della curvatura diagonale inferiore, a quelle del suo corrispondente della curvatura superiore 2, *a*, *b*, 6, delle linee che tagliano le proiezioni verticali di queste commessure. Tale operazione è fondata in ciò che nella pianta figura 1, gli spigoli dei ranghi di peducci formano linee rette che vanno dalla curvatura della diagonale BF a quella della diagonale GC.

Conviene osservare che le curvature allungate di queste diagonali si trovano rappresentate nell'alzato da semicirconferenze di cerchio perchè il piano di proiezione su cui sono espresse è paralello ai piani dei semicerchi da cui provengono, e perchè formano la curvatura primitiva delle volte a botte rampanti.

Si può dire altrettanto degli altri peducci. Per facilitarne l'intelligenza, si sono indicate, colle stesse lettere e cifre tutte le parti che si corrispondono nelle diverse figure inservienti al loro sviluppo.

Per ben intendere questo pezzo che è uno dei più complicati nel taglio delle pietre, è necessario farne il modello diviso in peducci, onde risolvere tutte le difficoltà che esso presenta e togliere gl'inconvenienti che vi s'incontrano. Per esempio, fa d'uopo che i peducci angolari formanti gli angoli dei muri, come il secondo rappresentato dalla figura 5, formino nell'interno picciole superficie quadrate orizzontali, determinate dal prolungamento degli spigoli interiori dei tagli, partendo dalla punta dell'angolo ove s'incontrano; questi quadrati sono indicati nella figura 4, da *s, t, v, k* per il letto disotto e con *x, y, z, k* per quello disopra, ond'evitare la storta delle commessure dei letti rampanti che formano sostegno e dare maggiore stabilità a questi angoli. Ed è per la stessa ragione che noi abbiamo osservato una parte orizzontale nei primi peducci indicati da *kl*, figura 2.

L'uso delle viti Saint-Gilles, rotonda e quadrata, è raro all'estremo, e quest'ultima è anche quasi ineseguibile in ragione delle difficoltà che presenta e della spesa che produrrebbe. D'altronde non se ne potrebbe attendere verun buono effetto, e non può mai esservi necessità di farne uso. I gradini che hanno un taglio si possono sostenere senza questo mezzo, ed offrono al disotto una superficie più regolare e meno spiacevole. Si può aggiugnere che la disposizione di questi gradini tendenti ad uno stesso centro è meno comoda in un quadrato che in un cerchio, e che diviene anche pericolosa agli angoli dell'albero ove i gradini si rinserrano troppo.

CAPO SECONDO

DELLA VITE DETTA *Saint-Gilles* ROTONDA

Questa vite è una specie di volta annulare rampante disposta per sostenere i gradini di una scala girante attorno un albero pieno o vuoto. Il nome con cui è chiamata viene da ciò che la prima volta di questo genere eseguita in pietra di taglio è stata fatta nel priorato di Saint-Gilles, a quattro leghe da Nimes, dipartimento del Gard.

Il taglio di questa volta passa per uno dei più difficili nel taglio delle pietre perchè tutte le superficie dei peducci sono storte e gli spigoli a doppia curvatura (1).

Si sono rappresentati sulla Tavola LIV, la pianta, l'alzato e gli sviluppi di questa volta. Nella pianta, figura 2, si suppone il nocciuolo vuoto. A, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, E, è la curvatura primitiva della volta a botte che gira secondo una salita uniforme, determinata dalla larghezza dei gradini, le cui altezze sono eguali tutte; ma siccome questi gradini tendono al centro dei muri circolari tra i quali sono compresi, la loro larghezza, che va diminuendo, dà una inclinazione differente a ciascun punto della loro lunghezza; il che fa che le commessure e le faccie sieno storte, e che gli spigoli sieno a doppia curvatura, onde l'esecuzione di questa specie di volta è difficilissima.

Conviene osservare nondimeno che la volta girando attorno l'albero, non cangia la forma della curvatura nè de' suoi tagli, in guisa che tutte le sezioni verticali tendenti al punto cui tendono i gradini sono simili alla curvatura primitiva; il che fornisce per la sua esecuzione un mezzo più sicuro e meno complicato che quelli indicati dai differenti

(1) » Si potrebbe anche fare una vite Saint-Gilles rotonda in uno spazio quadrato o a » più faccie, il che non so che veruno abbia proposto di mettere in pratica, benchè sia tanto » fattibile come una volta sferica sopra un quadrato: la sola osservazione da farsi è che le » curvature rampanti degli spigoli formati dalla sezione della volta con un muro, sui muri » di parete dello spazio sarebbero di un contorno più piacevole alla vista nel quadrato; » ma lo diverrebbero ancor più a misura che il poligono aumentasse di lati ». Frezier, Libro IV, Capo IX.

autori. Questo mezzo consiste nel formare dapprima la parte del cilindro incavato come a', x, m'', y, figura 6, nella quale ciascun peduccio è compreso secondo la sua proiezione in pianta m', m'', n', n'', figura 5, onde descrivere sulle superficie curve di essi gli spigoli saglienti che debbono formare secondo le altezze e le larghezze relative delle parti di gradini alle quali corrispondono.

Nelle scale regolari, come quella di cui si parla, gli scalini essendo divisi egualmente, danno per lo sviluppo dei circoli concentrici, come b, d, b, figura 2, linee rette più o meno inclinate che possono descriversi sulle superficie curve alle quali corrispondono, con regoli pieganti, come si vede alla figura 6.

Fatta quest' operazione per gli spigoli m', m''; n', n'' del peduccio X, si farà tagliare la parte rampante che essa indica formando le faccie piane dell' estradosso ed intradosso, ma quest' ultima non è che preparatoria. Per finir di descrivere il peduccio si applicherà su ciascun capo, tagliato verticalmente, la parte della faccia m, c, d, n della curvatura primitiva, figure 1 e 2, che gli corrisponde. La curva d' intradosso ed i tagli essendo descritti sulle teste dei peducci, si condurranno dagli spigoli inferiori due paralelle ai cerchi concentrici sulla faccia provvisoria; quindi per formare questi tagli si abbatterà la pietra al di fuori delle linee descritte applicando il regolo sempre verticalmente da una curva all' altra, e s' incaverà la faccia d' intradosso secondo le curve descritte sui due capi e col mezzo di una sagoma presa su questa curva. Converrà aver cura di posarla sempre perpendicolarmente alle due curve degli spigoli che la terminano. Finalmente si compirà questo peduccio tagliando le due estremità n', 3 e b, 4 in isquadro colla faccia piana d'estradosso ond' evitare gli angoli acuti ed ottusi che ne risulterebbero se si lasciassero queste commessure a piombo, come sono indicate in molti autori, contro il principio generale del taglio delle pietre.

Altro metodo.

Il metodo precedente è in generale il migliore da seguire per l'esecuzione dei modelli, nello studio della Stereotomia; ma nella pratica ne risulterebbe un consumo di pietra troppo considerevole che si eviterà col metodo seguente il quale al primo si avvicina più che quello degli autori.

Si comincierà dal fare la proiezione orizzontale m', m'', n', n'' del peduccio X che trattasi d'eseguire, rappresentato dalla figura 5; se ne farà l'alzato geometrico, figura 6, onde trovare il pezzo di cilindro obliquo nel quale può essere compreso, indicato dalle linee m'', n'', e b'', a'' rappresentanti due piani paralelli che passano pei punti m'', n'' più elevati, ed a'', b che sono i più bassi del peduccio supposto a sito; e si cercherà l'allungamento delle curve che daranno queste sezioni.

Così, per avere la curva interna, si dividerà la corda n', n'' dell'arco espresso nella proiezione orizzontale, figura 5, in parti eguali per le quali si eleveranno delle ordinate fino alla curva; si dividerà quindi la corda n^1, n^1, figura 7, paralella a p, q, o ad r, s, nello stesso numero di parti eguali per le quali si eleveranno ad essa altre perpendicolari, e si porterà su ciascheduna la grandezza di quella che gli corrisponde nel piano orizzontale.

Questa operazione fatta per le due curve darà le faccie m^1, m^1, n^1, n^1 per descrivere il pezzo del cilindro obliquo nel quale deve essere compreso il peduccio, e che potrà essere formato con una pietra il cui spessore fosse eguale alla distanza compresa fra le oblique pr e qs, figure 6 ed 8. Questa pietra deve avere una parete retta in isquadro colle due superficie paralelle corrispondenti alla corda n', n'' della curva interiore, onde descrivervi secondo l'alzato le linee verticali n', b' ed n'', b'' che debbono servire a fissare la posizione del modello m^1, m^1, n^1, n^1, con cui si devono descrivere i contorni al disopra e al disotto per formare il taglio obliquo del cilindro.

Fatto questo taglio, si traccieranno sulle superficie curve, interna ed esterna, le linee di salita in ragione delle altezze 5, 6, n'', 7, e delle larghezze n', 6; 5, 7 delle parti di gradini alle quali corrispondono, operando come abbiamo indicato col metodo precedente, tanto per queste salite che per i tagli e le estremità dei peducci che debbono essere perpendicolari alle linee di salita.

OSSERVAZIONE

Tutti gli autori che hanno dato il modo di tracciare questa specie di volta hanno disposto i primi ranghi dei peducci sopra le origini in corsìe orizzontali, d'onde risultano commessure che vengono a tagliare obliquamente la faccia e formare gli angoli estremamente

acuti. Si potrebbe evitare quest' inconveniente facendo poggiare a ciascun peduccio una specie di risalto ad angolo retto indicato dalle cifre 3, 4, 5 per accordarsi colle pietre delle corsle orizzontali alle quali corrispondono, come si vede rappresentato dalla figura 1.

S' incontra di rado l' occasione d' eseguire queste specie di volte specialmente per le scale. Vedrassi nel Capo IV di questa Sezione che si può far portare ai gradini dei tagli a ricopertura che formano delle scale, volte vere, e che questa combinazione che riunisce l' eleganza alla solidità è nello stesso tempo di più facile esecuzione e molto meno dispendiosa.

CAPO TERZO

DELLE SCALE A VOLTE ED A PIANEROTTOLI

Scalone a pianerottoli sostenuto da volte rampanti, e negli angoli, da trombe o da parti di volta a schifo.

Queste scale presentano un aspetto di grandezza e di solidità che convengono agli edifici che hanno il piano terreno assai elevato, ed alle scale che debbono avere i gradini di una lunghezza considerabile.

Perchè queste scale producano un buon effetto è necessario che la gabbia, cioè il posto che debbono occupare, formi un rettangolo la cui lunghezza sia maggiore della larghezza, e che il primo rampante che deve essere sostenuto da un muro, s'elevi ad una altezza abbastanza grande perchè si possa passare sotto e che quello in angolo non comparisca troppo basso.

Abbiamo rappresentato nella Tavola LV le piante, gli spaceati e i dettagli di una scala di questo genere. Le figure 1, 2 e 6, 7 fanno vedere che può essere arcuata in due maniere diverse, cioè con volte che si accordano con trombe o con parti di volta a schifo.

Prima maniera seguita dal padre Derand, da Delarue e Frezier.

Sia ABCD una parte dello spazio in cui devesi praticare la scala: comincierassi dal tracciare le parallelle EH, IM, NP ad una distanza eguale alla lunghezza che si vuol dare ai gradini. Queste linee incrociandosi formeranno due quadrati AEFN, IKPB, ed un rettangolo EFKI. È inutile osservare che nella pianta intera i quadrati degli angoli indicheranno altrettanti pianerottoli, e che i quattro rettangoli, simili a due a due, daranno l'estensione delle rampe. Il vuoto del mezzo sarà espresso da un gran rettangolo, di cui FHMK indica una parte, del pari

che NFHC e KMDP indicano porzioni di braccia ascendenti e discendenti. Se si vogliono sostenere i pianerottoli col mezzo di trombe, possono queste esser rette come quella rappresentata dalle figure 3 e 4 della Tavola XLV, la cui spiegazione si trova alle pagine 167 e seguenti.

Per farne la proiezione, si tirerà la diagonale IP sulla quale descritto un semi-cerchio, o una semi-ellisse, per la curvatura primitiva della tromba, si farà la divisione dei peducci che si troverà sul diametro IP, e si condurrà una paralella *mn* ad IP per indicare il mensolone; quindi dal punto B a tutti i punti *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* del diametro si condurranno delle linee che si prolungheranno fino all'incontro dei lati KI, KP; queste linee saranno le proiezioni in pianta delle commessure della tromba.

OSSERVAZIONE

Il cono a base circolare o ellittica formante questa tromba, essendo tagliato da due piani verticali KI, KP, paralelli ai suoi lati, deve risultarne, come abbiamo già spiegato alla pagina 167, che la sezione di questi piani è una parabola, e che questa curva è quella che deve formare il profilo dei peducci nel punto delle linee KI, KP, indicanti la loro unione, e non un arco di cerchio come hanno indicato il padre Derand e Delarue. Quest' errore è rimarcato nella precitata opera di Frezier, Libro IV, Parte II, Capo VIII.

Questi autori, e lo stesso Frezier, invece di formare i peducci sotto le rampe a semibotte e i ranghi dei peducci in linea retta come noi proponiamo, li dispongono secondo linee la cui curvatura aumenta a misura che questi ranghi s' elevano sopra l' origine della volta, che è in linea retta, in guisa che l' ultimo rango forma un arco in elevazione. Ma questo mezzo che produce una superficie irregolare e atorta, le cui commessure a doppia curvatura sono difficili ad accordarsi, ci sembra inutile. Diffatti una piattabanda rampante offre maggior solidità che tutti gli archi che le si potrebbero sostituire, peroccbè l'inclinazione delle sue commessure dà un maggiore sporto di taglio senza aver l' inconveniente degli angoli acuti all' estradosso.

Chi avesse la tema mal fondata che le commessure senza taglio non si sostenessero punto, possono far loro portare de' risalti o mettervi dei

chiovi; ma noi crediamo questi mezzi sovrabbondanti, perchè i peducci formanti questa bordatura nella piattabanda sono tenuti a posto pel taglio superiore del rango di peducci sul quale poggiano in parte, e per la spinta delle trombe degli angoli.

La maniera di tracciare i peducci delle trombe e delle volte non differisce da quella che abbiamo poc' anzi spiegato per le discese rette, pagine 142 e 143; e per le trombe, pagina 165 alla 172.

Ma conviene osservare che nella scala di cui si parla, le trombe degli angoli invece d' esser formate da coni a base circolare, che danno alle curve più elevazione che sporto, sono state formate da coni a base ellittica che danno alle curve una elevazione pari allo sporto.

Si vede frattanto dalla figura 2, che le curve paraboliche CH, MD date da questi coni, sono ancora più rilevate che un arco di 60 gradi, il che procura un taglio sufficiente per ricevere il rango di peducci formanti la bordatura in piattabanda.

In quanto ai peducci formanti la riunione di queste due specie di volte, è necessario, dopo aver tracciato la loro proiezione in pianta e sulle sezioni o profili d'elevazione, per indicare il più grande sporto e la maggiore altezza, far tagliare de' prismi sulle cui faccie si applicheranno modelli levati sulle proiezioni verticali che vi corrispondono, come vedesi indicato dalla figura 5 fatta sopra una scala doppia e segnata colle lettere delle proiezioni corrispondenti. È lo stesso delle parti di volta a schifo che si possono sostituire alle trombe; si osserva soltanto che quest' ultima disposizione non presenta nè un effetto così buono nè altrettanta solidità, a causa dell' angolo vizioso che formano le parti di aperture orizzontali sotto i pianerottoli con quelle che sono rampanti.

La figura 4 indica le ellissi che passano per le estremità superiori delle commessure della tromba e che ne determinano l' elevazione; esse sono state tracciate mediante sezioni descritte dai loro fochi. Per trovare i semiassi maggiori di ciascun quarto d' ellissi, sulla proiezione in pianta, figura 1, si sono condotte delle parelelle ad IP, per le estremità I, 1, 2, 3, 4 e K delle commessure. Pei semiassi minori corrispondenti, si sono portate sul profilo, figura 3, le distanze B*i*, B5, B6, B7, B8, B9 e B*k*. Quindi da ciascuno di questi punti si sono elevate delle perpendicolari fino all'incontro della linea BK che rappresenta il profilo del cono nel mezzo, e si è fatta l' altezza K*k*, eguale alla larghezza IK delle rampe.

Seconda maniera.

La figura 7 rappresenta l'alzato e parte della sezione di una scala a volta della seconda maniera, cioè con parti di volta a schifo sotto i pianerottoli, le origini della quale sono a livello.

La proiezione in pianta di questo apparecchio è rappresentata dalla figura 6. Per curvatura della volta si sono scelte parti di ellissi ond'avere de' tagli più inclinati; per descriverle poi si è dapprima portata NA da N in B; e da B col raggio BA si è descritto un arco di cerchio AG, figura 8, la cui corda GA è doppia di NA, eguale alla larghezza del rampante IH, e si è divisa la semicorda NG in sette parti eguali, per le quali si sono condotte le ordinate paralelle ad NA. Condotte quindi le linee A'N', N'G', figura 9, che formino un angolo retto, tutte e due eguali ad NA della figura 8, si è diviso N'G' in uno stesso numero di parti che NG; e dopo aver condotte delle paralelle ad A'N', si è portata la lunghezza delle ordinate della figura 8 sulle corrispondenti della figura 9, per mezzo delle quali si è tracciata la parte d'ellissi corrispondente all'arco di cerchio GA.

La figura 10 indica la forma del peduccio dell'angolo superiore I, figura 7, che si accorda colle piattabande saglienti. Esso è disegnato sopra una scala doppia, e tutti i suoi angoli sono indicati dalle cifre e lettere corrispondenti alla pianta ed all'alzato, figure 6 e 7.

CAPO QUARTO

DELLE SCALE A GIORNO

Scale sostenute dal solo taglio dei gradini, aventi o no le fascie pei parapetti.

La Tavola LVI rappresenta la pianta, l'elevazione e i dettagli d'uno scalone in pietra di taglio simile a quelli che si usa fare nei fabbricati d'una certa importanza.

In tale specie di scale due cose debbono considerarsi; i gradini cioè e la fascia (1).

Per sostenersi indipendentemente dalla fascia, i gradini debbono formare al disotto una superficie rampante, piana ed uniforme, terminata da un lato con un intaglio o risalto espresso nelle figure 2, 5 e 7 con *hcd*, e dall'altro con un taglio *cd*, o *lk*, perpendicolare alla faccia inferiore del gradino. Ciascuna incavatura *hcd* praticata sul davanti del gradino s'accorda col taglio *cd* formato dietro l'altro, come vedesi rappresentato nella figura 2.

L'infissamento dei gradini lungo i muri e la spinta dei pianerottoli, completano, unitamente ai tagli ed alle ricoperture, un sistema ingegnosamente combinato, e che si sostiene benissimo senza fascia.

Nelle scale di questo genere si fanno talvolta profilare i gradini verticalmente, come vedesi rappresentato dalla figura 7. In tal caso convien dare un poco più di forza alla parte di taglio *cd*, che deve pure essere proporzionata alla solidità della pietra: così per la pietra detta Liais di Parigi ed altre di simile natura, questo taglio non potrebbe esser minore del terzo dell' altezza del gradino, e la ricopertura *hc* non meno del doppio.

(1) I francesi chiamano *limon* quella fascia che termina i gradini delle scale e serve di appoggio alle ringhiere o alle balaustrate.

È essenzialissimo osservare che nelle scale senza fascia, allorchè i tagli non sono sufficienti, il minimo movimento può far volgere i gradini e sfuggire i tagli, 1.° se il loro infissamento nel muro non è fatto con solidità; 2.° se non ha una grandezza sufficiente; 3.° se in conseguenza di questo movimento i gradini vengono a rompersi per la lunghezza.

Le fascie che si aggiungono alle scale, in qualunque maniera sieno apparecchiate, procurano il vantaggio di fermare i gradini alla loro estremità in modo che non possano uscire dal taglio, essendo ritenuti per un lato dal muro e per l'altro dalle parti triangolari della fascia, indicate da *agh*, *agcb*, ed *mpo* nelle figure 2, 3, 4, 5 e 6, interposte fra le parti de' gradini che sostengono o che ne fanno parte.

Del resto non si può negare che non sia possibile aumentare i tagli o accomodare la rampa di ferro di queste scale, in modo da supplire alle parti triangolari della fascia, che fermano i gradini; ma ogni uomo di buon gusto ed i buoni architetti sanno che è meglio piacere colle forme e colle belle disposizioni che abbagliare coll'arditezza del taglio, cosa da cui soltanto un preparatore può trar vanità. Non basta che le opere di questo genere abbiano la conveniente solidità, debbono ancora averne l'apparenza.

Per eseguire le diverse specie di gradini onde si possono formare queste scale, non si ha bisogno che di un modello levato sulla proiezione in pianta, e d'un altro sulla elevazione come *ahcdk*, figura 7 pei gradini senza fascia, *a*, *b*, *c*, *d*, *k*, *l*, *g*; ed *i* o *f*, *l*, *k*, *n*, *m*, figure 5 e 6 pei gradini colla fascia.

I rettangoli che si sono circoscritti a questi modelli fanno vedere che i gradini aventi fascia esigono grandi perdite nella pietra, specialmente col mezzo indicato dalla figura 6; ma gl'intelligenti apparecchiatori hanno l'arte di prendere in uno stesso masso due di questi gradini, in modo che il pieno dell'uno si trovi nel vuoto dell'altro, il che diminuisce di molto il consumo.

Scala a giorno con fascie arrotondate negli angoli, pianerottoli e gradini in giro.

Questa scala, rappresentata in pianta dalla figura 1, Tavola LVII, e in elevazione dalla figura 2, può eseguirsi in due diverse maniere;

cioè con gradini aventi la fascia, o facendo le fascie separate. Queste due maniere sono egualmente solide; ma l'ultima è più usitata a Parigi, l'altra è quella di cui si fa uso a Lione ove la pietra di Choin che si adopera ha molta solidità. Questa seconda maniera è pur quella che si adopera per le scale di legno (1).

I gradini colla fascia, come quello rappresentato dalla figura 3, si fanno, come abbiamo detto per la scala della tavola precedente, col mezzo di un modello levato sulla pianta, e di un altro, figura 4, preso sull'elevazione, per indicare i suoi tagli.

In quanto alle fascie, che sono di due specie, cioè rette e curve, le prime non presentano veruna difficoltà; ma le seconde, che debbono formare una curva rampante potrebbero esser prese nelle parti di cilindro indicate in pianta, figura 1, da KLMN, e K'L'M'N', sulle faccie curve delle quali si tracceranno col mezzo delle altezze e larghezze dei gradini, le linee rampanti che vi corrispondono, come l'abbiamo testè spiegato pei peducci della scala a vite rotonda, pagina 215; ma siccome questo mezzo importerebbe una troppo grande perdita di pietra, i preparatori s'appigliano al secondo mezzo, da noi indicato per lo stesso oggetto nell'istessa pagina e seguenti.

Così, dopo aver condotte sulle elevazioni, figure 6 e 9, fatte secondo le proiezioni orizzontali, figure 7 e 10, le paralelle AB, CD, per indicare i pezzi obliqui del cilindro, nei quali debbono essere comprese le parti curve delle fascie corrispondenti alle paralelle AB, CD, si formeranno le sagome allungate secondo le proiezioni 7 e 10, elevando da tutti i punti *k*, *b*, o, *s*, *p*, ecc. di queste proiezioni delle perpendicolari fino all'incontro della linea *bm* paralella alla AB; da questi punti d'incontro si eleveranno quindi altre perpendicolari a questa base, sulle quali si porteranno le distanze o larghezze corrispondenti, prese sulle figure 7 e 10, a partire dalle linee o corde *bm* prolungate, se è necessario: trovati i modelli si sceglierà una pietra che possa portare uno spessore eguale alla distanza compresa fra le paralelle, e dopo aver fatte appianare le sue due superficie ed una parete in isquadro per fissare gli angoli *bm* del modello, si traccierà il suo contorno lungo il pezzo di cilindro nel quale è compresa la fascia rampante. Se ne farà lo sviluppo tracciando gli spigoli superiori

(1) Vedi il libro V, Sezione 2.ª, Capo II.

ed inferiori col mezzo di linee a piombo ed a livello, corrispondenti al profilo dei gradini, come si vede indicato dalle figure 6 e 9.

Si deve osservare che le superficie storte superiore ed inferiore di questa parte di fascia chiamata quarto di giro, *quartier tournant*, dagli operai, e quarto di vite sospeso, *quartier de vis suspendu*, dagli autori, debbono esser rette ed a livello nel senso della direzione dei gradini prolungati, come sono *qo*, *ts*, *rp*.

Nella superficie interiore della fascia si praticano incavi di circa un pollice e mezzo (4 centimetri) di profondità per ricevere il capo dei gradini. L' oggetto di tali incavi è piuttosto di riunirli che di sostenerli, poichè si sostengono coi loro tagli a ricopertura. Invece di murare i capi di questi gradini con gesso o malta, si possono piombare, come ho veduto messo in uso a Lione. Con tal mezzo si evitano le rotture degli angoli e degli spigoli che possono risultare dal contatto immediato di due materie dure e fragili, nel movimento che ha sempre luogo quando è terminata la posatura di tutte le parti che compongono le scale di questo genere, e che l' insieme comincia a prendere il suo assetto. Questo movimento è conseguenza delle picciole irregolarità inevitabili, qualunque precauzione si prenda circa l' apparecchio, il taglio e la posatura.

Scala a base circolare, chiamata vite a giorno con fascia o *senza.*

Questo genere di scala può essere eseguito nelle tre diverse maniere indicate per le due precedenti; cioè con gradini aventi la fascia, con gradini semplici a ricopertura con fascie separate, e con gradini profilati ai capi, senza fascia. Il mezzo che ci sembra preferibile è quello a gradini con fascia, indicato nella Tavola LVIII dalle figure 2, 3, 6 e 8.

Abbiamo supposto nella figura 2 che questa scala non cominci a sostenersi da sè, che dopo una semi-rivoluzione, il che permette di passarvi sotto; fino a quest' altezza i gradini sono sostenuti da una parte col muro, e dall' altra con un muro o nocciuolo vuoto. Quando si svolgono i gradini più basso non ne risulta punto un buon effetto.

La figura 6 fa vedere la figura di un gradino, veduto pel di sopra, col suo taglio di dietro e la parte della fascia che viene avanti.

La figura 8 rappresenta lo stesso gradino veduto pel disotto, coll' incavatura formante ricoprimento e taglio; la proiezione del profilo del gradino e la parte formante la fascia.

Una parte della figura 4 indica la maniera onde i gradini si ricoprono dalla parte del muro. I tre gradini profilati al capo fanno vedere come si accomoderebbero nel caso in cui una parte si trovasse isolata e senza fascia.

Finalmente la figura 5 indica l' effetto che produrrebbero i gradini profilati senza fascia, dalla parte del vuoto formante vite a giorno.

È essenziale osservare che quest' ultimo mezzo non può aver luogo senza pericolo, non già per la solidità ma per l'uso, che quando il vuoto della scala è abbastanza grande acciò la larghezza dei gradini verso il capo della scala possa avere più di 6 pollici o 16 centimetri.

Quando il vuoto ha meno di un piede o 32 centimetri, si taglia la fascia in forma di cordone, che tien vece di rampa, come nelle scale praticate nel massiccio del tamburo della cupola nella nuova chiesa di Santa Genoveffa per salire nei vuoti fra le due cupole.

La figura 7 indica due gradini uniti portanti la fascia per far vedere il modo onde posano l'uno sull' altro.

Nella proiezione in pianta di questa scala, espressa dalla figura 1, la parte di fascia piena di tratteggi indica quella che poggia al fondo, quella poi che non è che punteggiata è una parte ove la fascia si sostiene in aria; l' altra che segue è la proiezione dei gradini senza fascia.

NOTA DEL TRADUTTORE

L'Arte di tagliare le pietre secondo una data forma è antica quanto la maniera di costruire in pietra di taglio; ma quali mezzi usassero gli antichi per giugnere col semplice aiuto di una pianta e di un alzato a rendersi ragione della forma precisa che doveva avere un pezzo qualunque, questo è quello che non possiamo con fondamento asserire. Non parlasi qui di forme architettoniche come sarebbero colonne, capitelli, cornici, architravi ed altre membra della classica architettura, nella qual cosa i monumenti della Grecia, di Roma e fin dell'Egitto ci avvisano essere stati abilissimi gli antichi, perchè ciò appartiene all'arte del marmoraio; ma si tratta invece della esecuzione di pezzi da combinarsi ingegnosamente fra loro (debbano o no sembrare apparenti) per comporre un architrave, un arco, una piattabanda, una scala od altre parti qualunque distribuite e tracciate in quel tal modo secondo i dati della geometria o della fisica, per ottenere solidità ed economia.

Certamente nei monumenti antichi riscontransi frequenti saggi di molto sapere nella distribuzione e combinazione dei tagli, e tanto più quanto decadeva l'impero romano; nè si è meno sorpresi della scrupolosa diligenza colla quale gli apparecchiatori eseguivano i pensamenti del costruttore; ma quali fossero i mezzi loro, con quali sussidi pervenissero ad eseguire esattamente quei pezzi ripetiamo di non poterlo asserire.

È notissimo che la geometria e la fisica erano ad onta di certi progressi applicate pochissimo alle arti, onde non è da credersi che avessero sistemi geometrici atti a condurli in sì scrupolose operazioni; ma soltanto che eseguissero tutti i pezzi simultaneamente o coll'aiuto di molta pazienza nel provare a combaciar l'uno coll'altro si pervenisse ad apparecchiare pezzi di taglio di tanta esattezza d'esecuzione da far meraviglia anche ai giorni nostri. Se dunque senza dottrine geometriche speciali gli antichi eseguivano i pezzi di taglio, non potrem noi ancora battere una simil via senza impegnarci in metodi ardui, complicati ed in alcuni casi esigenti tempo moltissimo?

Su tale riguardo conviene osservare che le forme dagli antichi adottate erano semplicissime, non usando altre linee che la retta e la curva circolare, onde le volte da essi praticate non erano che piane, ad arco di cerchio o sferiche; circostanze tutte che dovevano render molto semplice ed uniforme il mezzo di segnare le pietre. Ma nei tempi moderni, scoperte dalla geometria infinite proprietà delle curve diverse, trovatene anche di nuove, moltiplicate le specie delle volte e le varie combinazioni delle scale si rese complicatissima e difficile la stereotomia. Per

queste comiociò la geometria ad occuparsi del come si possa disegnare un corpo qualunque in modo da rappresentare su di un piano la forma reale che deve avere non solo il tutto, ma ciascuna delle sue superficie, sicchè con metodo certo si possa di primo punto condurre a termine un pezzo per quanto sia difficile, con risparmio di tempo generalmente, oggetto di massima importanza atteso il costo del lavoro: la qual cosa era quasi invalutabile dagli antichi, ed ecco altra ragione per credere che alla pratica materiale ed ai replicati tentativi affidassero unicamente tali operazioni.

Lo studio dei tagli delle pietre fu da tutte le nazioni e in tutti i tempi considerato importantissimo avvegnachè si accorsero i costrutteri ben presto che era necessario accrescere con ogni possibile mezzo l'aderenza e il collegamente dei pezzi, onde anche nelle costruzioni degli Arabi fu conosciuto dagli Autori della Descrizione dell' Egitto aver essi studiato un cotale artificio nell' apparecchio delle porte. Gli antichi Egizi erano quelli che ne avevano bisogno meno perchè adoperando la pietra soltanto ne' monumenti pubblici, erano questi di così colossali dimensioni e di pezzi così enormi da render vano ogni studio per apparecchiar pezzi atti ad aumentare la solidità o l' adesione delle masse. I Greci poi costruendo edifici di picciole dimensioni erano nello stesso caso per l' opposta ragione. Solo al tempo che cominciò sotto i Romani l'uso della volta e la costruzione di monumenti di grandezza pari a quella di tanto impero, cominciò seriamente lo studio del taglio delle pietre, che andò grado grado aumentandosi a misura che decadeva l' impero; in modo che le più ingegnose combinazioni si riscontrano appunto nei monumenti dell' epoca in cui le arti belle erano deperite e quasi avevano perduto il primitivo carattere.

Non è da credersi però che gli antichi per far pompa di sapere e di esattezza nell'apparecchio delle pietre si assoggettassero all' esecuzione di forme ingegnose quando l'assoluta necessità nol comandava: sarebbe infatti ridicole il preparar cunei per una volta di dimensioni picciole tanto che la qualità della pietra adoperata nell' edificio o la sua estensione potessero comportare la forma voluta senza compromottere l' ufficio cui deve servire. Però nella doppia porta antica conosciuta in Verona sotto nome di Porta dei Borsari, la cui metà rappresentasi nella Tavola A, figura 1, costrutta alquanto prima dell' epoca di Gallieno in pietra di taglio ed assai ben conservata, vedonsi gli archi inferiori composti di cunei posati a secco e così perfettamente apparecchiati che ad onta dei guasti del tempo e dello scrostamento della pietra si conoscono appena le commessure dei pezzi. Ma le finestrine dei due ordini superieri foggiate anch' esse ad arco semicircolare sono fatte di pietre non apparecchiate, cioè con due filari di pietre in quanto al primo, e con un sole pel secondo ordine, col taglio verticale nel mezzo dell' arco il quale sembra traforato nel muro dopo eseguita la costruzione, come vedemmo nella Tavola XVI figura 1 di quest' opera praticato nel tempio di Girgenti in Sicilia, e più precisamente nelle porte delle mura d' Argo, d' Ambracia e di Calidone rappresentate nelle figure 6 e 7 della

Tavola IX. Nell' Arena della città stessa, benchè la pietra vi sia impiegata quasi in lavoro muratorio assieme al mattone ed anche al ciottolo, del qual ultimo materiale sono formate le volte a botte inclinate sostenenti i gradini, pure nel rivestimento esteriore tutto in pietra, di cui rimane soltanto ciò che è rappresentato in prospetto dalla figura 2, Tavola A, ed in profilo dalla figura 3, le arcate a tutto sesto sono formate assai bene, i tagli sono divisi con arte, ed i massi quantunque non levigati all' esterno, devono essere apparecchiati con diligenza poichè ad onta dei guasti del tempo, delle scosse di terremoto e dell' essere il pezzo isolato dalla costruzione totale, non vedesi arco che abbia cangiato forma o cuneo che sia spostato. Le arcate del terzo ordine specialmente sono apparecchiate con molta accuratezza, mentre essendo pulita anche all'esterno, come vedesi dalla figura 2 e meglio dalla figura 4, che rappresenta in grande la metà di uno di quegli archi, le commessure di fronte e quelle dei fianchi sono ancora molto aderenti fra loro. Ma ciò che prova più di ogni altra cosa la buona esecuzione di quegli archi si è il vedere tutte le pietre anche nell' ordine inferiore interissime e cogli angoli conservati ad onta del peso enorme che dovevano sostenere.

Vedesi adunque che soltanto quando la solidità della fabbrica il richiedeva, apparecchiavano i pezzi nelle costruzioni, ma che quando vi s'impegnavano non rimanevano mai a mezza strada.

Tornando direttamente alla stereotomia, osserveremo che se l' architetto s'incarica dello sviluppo delle faccie, i molti mezzi che somministrano le matematiche e la geometria gli faranno agevolmente superare le difficoltà che s' incontrano, e il tagliapietre non deve conoscere che la via meccanica colla quale possa conseguire lo scopo. Ma d' ordinario l'architetto consegna i disegni al tagliapietre, al quale tocca formare gli studi per eseguire i pezzi necessari; e solo quando trattasi di casi difficili si riserva l' architetto di formare gli sviluppi dei pezzi più importanti lasciando al tagliapietre soltanto la materiale esecuzione. Esso, ottenuti i modelli dei pezzi che deve eseguire, comincia dallo sgrossare e scoprire quella delle faccie che è più utile per ottenere con minore operazione il pezzo che lavora. Talvolta però anche le macchine possono aiutarlo quando trattasi di eseguire alcune forme, benchè allora, come abbiam detto, non è scopo proprio della stereotomia. Ad ogni modo non sarà inutile l' esporre qui ciò che rapporto al taglio delle pietre si raccoglie dalle opere di Boscais.

I tagliapietre hanno due specie di seghe, una a denti per la pietra tenera, l' altra con denti e serve a fendere le pietre dure ed i marmi, mettendovi acqua e sabbia... — Si usano anche seghe meccaniche mosse da un agente qualunque, con un numero di lame proporzionato alla forza del motore. Sono esse congegnate ad eguali o ineguali distanze in un telaio, e con viti applicate alle estremità si dà alle lame la conveniente tensione. Superiormente ai telai esistono degli assi che servono ad abbassare od innalzare le seghe secondo il bisogno; sotto le traverse

sostenenti gli assi sono archi pieni di fori ne' quali si piantano cavicchio che fermando le barre degli assi mantengono il telaio al grado necessario d'elevazione. L'operaio che dirige la macchina ha cura di versare continuamente acqua e sabbia nelle fessure prodotte dalla segatura. Ma quest'effetto puossi anche ottenere mettendo sopra la pietra specie di tramoggie che lasciano scolare acqua e sabbia, perocchè il movimento alternativo de' telai deve comunicare alle tramoggie piccole oscillazioni che si ripeteranno ad ogni completo movimento.

Wright ha inventato due processi per tagliare con una sega pezzi cilindrici o circolari in pietre o in legno. Col primo, comincia a perforare il masso verso il centro attorno cui descrive la circonferenza che deve avere il cilindro, quindi forma uno o due altri fori i cui assi devono essere paralelli fra loro e a quello del centro e debbono riferirsi alla descritta circonferenza. Introduce una lama di sega in uno di questi fori e un'asta di ferro in quello del centro: allora riunisce l'estremità della lama e quella dell'asta con traverse e viti, e forma in tal modo un pezzo di telaio che permette alla lama di descrivere una superficie cilindrica, ma le impedisce di deviare da essa.

Secondo processo — Adatta alla superficie della pietra che deve divenir base del cilindro una piastra metallica circolare esattamente eguale a questa base, ed un anello concentrico tale, che fra la piastra e l'anello non vi sia che uno spazio sufficiente per potervi liberamente passare una lama di sega. Pratica un foro perpendicolare fra la piastra e l'anello introducendovi la lama di sega che combina con un telaio. Con questo ultimo metodo si possono descrivere non solo de' cilindri, ma ogni specie di solidi le cui basi paralelle e simili possono essere circoscritte da curve qualunque. Così si possono tagliar cornici ornate di modanature ed altri pezzi foggiati, condotti d'acqua ed altri simili lavori.

Perronet inventò una macchina impiegata ai lavori del ponte di Nevilly per praticare qua' fori nei cunei dei ponti che facilitano lo scolo delle acque. Consiste essa in un asse attorno cui sono piantati de' pezzi sporgenti che agiscono sopra un braccio di leva comunicante per una corda con un bilanciere, il quale anch'esso con una corda sostiene un trapano. Un uomo la fa agire girando una manovella nell'asse, il cui movimento è regolato da una ruota volante, mentre un operaio assiso sotto dirige il movimento del trapano e lo fa girare attorno il proprio asse a ciascuna vibrazione. *(Estratto dall'opera — Delle Macchine impiegate nelle varie costruzioni).*

De' pezzi stereotomici il più semplice è il cuneo della piattabanda comune, come quelli delle figure 10, 11, 12, 13 e 14 della Tavola XXIX, mentre tutte le faccie sono piane. La cosa è alquanto più difficile se sono immaginate con altri artifici, come quella del palazzo di Diocleziano a Spalatro, figura 9, Tavola suddetta, cioè coi cunei formanti un risalto o gomito, come vedesi nella figura, ed anche con due, come nell'architrave ionico a piattabanda nella facciata della chiesa di S. Sebastiano in Verona, opera di recente costruzione, figura 5, Tavola A, la cui chiava *a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m*, è rappresentata in pro-

spettiva con una scala doppia nella figura 6, B. — Osservando però tal opera che apparisce una semplice decorazione del muro della facciata e che quindi non abbia da sostenere maggior peso delle altre pietre, sembra che si potesse prescindere da quella operazione impiegando una sola pietra fra l'asse di due lasene. E se il timor che una pietra troppo lunga potesse rompersi in conseguenza dell'assettamento del muro, potevasi a risparmio di lavoro tagliar l'architrave come nella figura 3, Tavola XXIX, lasciando alquanto più rilevata la parte sovrapposta alle lasene, onde mandare su desse una buona porzione del peso. Parrebbe adunque che soltanto una vista economica d'impiegare pietre di picciole dimensioni abbiano determinato l'architetto o il costruttore a tale artificio, che giudichiamo nondimeno ingegnoso molto, adoperato per vere piattabande sopra le porte, o gettato sopra le colonne che sostengono porticati o edifici; ma quand'anche le viste economiche avessero indotto il costruttore a tale apparecchio, perchè non si è limitato all'apparecchio di piattabanda semplice, coi fianchi a superficie continue, ottenendo per tal modo lo scopo d'impiegar massi di picciole dimensioni, d'evitare il pericolo della rottura dell'architrave e dando anche forza bastante da sostenere il peso superiore, ad onta che non apparisca a suo carico?. Convien credere adunque che per qualche circostanza particolare di quella costruzione dipendente dalla località o dai mezzi messi a disposizione dell'architetto, l'architrave e le lasene non sieno soltanto parti di decorazione, ma facciano realmente sostegno all'enorme peso delle cornici o del frontone, tutto di pietra, onde abbia creduto prudente consiglio non affidarsi all'apparecchio semplice che poteva, strisciando i cunei, discontinuare le linee longitudinali dell'architrave, cosa di pessimo effetto per la solidità apparente, e costringendo a maggiore abbassamento il muro per la nuova pressione, compromettere anche la solidità e la forma delle aperture.

Meno semplici delle piattabande sono i cunei delle arcate e delle volte cilindriche perchè sono terminati da superficie piane alle teste ed ai fianchi, ma da superficie curve al di sopra e inferiormente. Tuttavia l'esecuzione di un cuneo qualunque è estremamente facile quando si abbia la forma della faccia di fronte, perocchè tracciata sul masso di pietra se ne appiana la superficie; e quindi ad angolo retto collo retto dei fianchi si formano collo scalpello guidato dalla squadra, o colla sega, le superficie dei fianchi, e per avere l'altra faccia basterà segnare colla squadra la linea ad angolo retto che determina la lunghezza del cuneo sopra l'uno o l'altro fianco e tagliare a seconda di tali due rette. Per avere poi le superficie curve d'intradosso e d'estradosso, siccome è tracciato l'arco dalla forma della faccia di fronte, basta appoggiare la squadra allo spigolo formato dall'incontro de' piani del fianco colla faccia, e dall'estremità dell'angolo piano condurre una retta sul fianco: tagliando la pietra per questa linea e seguendo la squadra che si farà girare sulla curva sempre appoggiando l'altro lato al piano della fronte, si otterrà la superficie curva d'estradosso o d'intradosso, quando la volta sia retta. Se poi la volta è retta nel senso

de' fianchi ma obliqua nel senso delle curvature, allora puossi conseguire lo stesso intento formando la faccia di fronte e i fianchi al solito modo, e adoperando per le superficie curve invece di squadra il modello dell'angolo formato dalla retta d'inclinazione della volta colla verticale della fronte. La fronte opposta poi si otterrà tagliando il prisma che ne risulta con un piano perpendicolare alle superficie curve. Quando poi la volta sia obliqua soltanto nel senso dei fianchi, cioè in isbieco, vedrassi fra poco il modo di contenersi, ed apparirà non molto difficile l'apparecchio del cuneo anche nel caso dell'obliquità doppia, cioè che la volta sia inclinata all'orizzontale ed anche in isbieco. I cunei delle volte sferiche sono ancora più complicati avendo le superficie curve a doppia curvatura, ma di queste ancora si parlerà più avanti.

Le specie di volte sono moltissime e sono ancor molte le specie di curve che possono servire alla curvatura primitiva di esse, per cui una volta d'una specie può avere tante varietà quante sono le curve atte a stabilirne la forma. Diffatti le volte a cupola possono avere per curvatura primitiva la circonferenza del cerchio, un sistema d'archi circolari, le curve delle sezioni coniche, la catenaria, la cicloide, la cassinoide, ecc., onde l'apparecchio del cuneo ha bisogno di operazioni diverse secondo che diversificano le curve generanti la volta. Inoltre una stessa varietà di volte può ancora presentare qualche diversità secondo le dimensioni, secondo la legge fissata dall'architetto per la variazione di grossezza nei vari punti, o per molte altre particolari circostanze. Sviluppare adunque tutti i casi possibili sarebbe vana speranza non potendosi prevedere le combinazioni che si potranno immaginare; ma quand'anche si potesse sarebbe opera perduta, perchè a chi conosce i principi coi quali deve operare, le specialità dei casi non possono presentare molta difficoltà, e a chi non li conosce non gioverebbe nemmeno lo sviluppare tutti i casi possibili.

Anche le scale, che al dir di Scamozzi per la frequenza de' molti che transitano per esse divengono agli occhi d'ognuno molto più ragguardevoli e degne di lode o di biasimo che qualunque altra parte o membro che sia nell'edificio così pubblico come privato, nel tutto come nelle parti devono essere costrutte con molt'arte e diligenza. Le scale in pietra di taglio di qualunque forma sieno si presentano in due specie distintissime, cioè scale coi gradini appoggiati ad una volta che li sostiene o scale a gradini che si sostengono da sè. In quanto alle prime non essendo ufficio della stereotomia il determinare la forma di uno gradino o il modo di eseguirlo, questo non appartiene al caso nostro e non vi è altra difficoltà che nella costruzione della volta, onde ci riduciamo sempre a questa faccenda; in quanto alle seconde, cioè a gradini che vicendevolmente si sostengono, non possono essere che scale a chiocciola il cui apparecchio non è di molta difficoltà, quand'anche munite di fascio per l'appoggio del parapetto, e possono ancora essere senz'apparecchio quando la forza della pietra o le dimensioni dei gradini lasciano sperare bastante solidità coll'infissamento nei muri della scala.

Ecco adunque che l'esecuzione dei cunei nelle diverse specie di volte è l'ope-

razione più difficile della stereotomia; però ai principi del taglio e ai tanti esempi offerti dall'autore fino sulle varietà di una stessa specie di volta crediamo utile aggiugnere alcuni cenni estratti in compendio dalle = Proiezioni Grafiche = del chiarissimo professore Tramontini.

Piattabanda — La superficie interna di questa specie di volta è un piano continuato e per lo più orizzontale in cui vengono a collocarsi tutte le faccie inferiori dei cunei che la compongono. Data la grossezza della volta e l'ampiezza dell'apertura AF, figura 13, Tavola XXIX, sopra questa come base si descriva il triangolo equilatero ACF, e dal punto C come centro si descriva l'arco ABF; diviso questo in tante parti eguali quanti sono i cunei che si vuol dare alla volta, si conducano dal centro C per tutti i punti di divisione dell'arco tante rette fino all'incontro della linea determinante la grossezza della piattabanda. Queste linee formano le divisioni longitudinali dei cunei. Questa disposizione rende gli angoli inferiori dei cunei troppo diseguali, cosa da evitarsi quanto si può, onde è meglio pigliare il centro C alquanto sotto il vertice del triangolo equilatero. Siccome poi è difficilissimo che i cunei non iscorrano al basso discontinuando la superficie dell'intradosso, è utile dare una piccola arcatura alle faccie inferiori de'cunei. Se la profondità della volta è tale da dover impiegare più cunei nello stesso ordine, quando fossero egualmente lunghi, le congiunzioni in ogni ordine sarebbero nello stesso piano verticale, onde la volta risulterebbe slegata con massimo danno della sua solidità. A riparare in parte questo inconveniente si impiegano cunei di varia lunghezza venendo così ad immorsare fra loro tutti gli archi componenti la volta. E questo spediente vale per qualunque specie di volta.

Volta Cilindrica o a Botte. — L'anella circolare della figura 2, Tavola XXXIV, sia la proiezione verticale di una volta a botte. Divisa una delle semicirconferenze in un numero dispari d'archi eguali e condotti i raggi per le divisioni, sarà l'anello diviso per essi in parti eguali e simili che sono altrettante faccie apparenti di cunei. — Se per ciascuna divisione sia condotto un piano che passi pure per l'asse della volta, questa sarà divisa longitudinalmente in parti eguali ed ognuno sarà un cuneo se la profondità o lunghezza della volta non eccede la dimensione delle pietre che si pongano in opera; altrimenti si dividerà la lunghezza in diverse parti alternando ad ogni ordine come si è detto, e ciascun segmento intercetto fra due prossime sezioni anulari conterrà un ordine di cunei. Le circostanze della fabbrica esigono spesso che la base della volta sia piuttosto una semiellissi che un semicerchio. In tal caso se vogliasi dividere l'arco in parti eguali non saranno eguali le corde; e volendo eguali le corde non lo saranno gli archi; onde le fronti de'cunei saranno sempre dissimili e però la forma costrutta per ridurre un cuneo non potrà valere alla riduzione del suo contiguo. A produrre tale differenza contribuisce un'altra circostanza: volendo l'archivolto esteriore di grossezza uniforme, il suo contorno esterno non potrà essere una semiellissi, ma una delle evolventi relative alla semiellissi interna. Se vuolsi per

estradosso una semiellissi concentrica e simile all'interno, allora la grossezza della volta andrà crescendo dalla sommità ai piedritti, se gli assi maggiori sieno nell'orizzontale che passa per le origini.; avverrà il contrario se in essa saranno gli assi minori, perchè la differenza dei due semiassi maggiori sarà sempre più grande che quella dei due minori. Nella prima condizione non disdice che l'orlo esterno sia ellittico e simile all'interno, ciò accordandosi colle leggi statiche; nella seconda la combinazione delle ellissi è deforme e contraria alle dette leggi. Tali riflessioni sopra lo volto di base ellittica ci scoprono i vantaggi derivanti dal sostituire all'ellissi un sistema d'archi circolari come si usa in pratica, vantaggi aumentati anche dall'altro, cioè che l'unione degli archi coi piedritti è più dolce e grata alla vista.

Cade qui in acconcio l'aggiugnere parte della nota del Professore Bosnosi sui cunei dei ponti in isbieco. » Sebbene lo scopo principale di questa nota sia di esporre le regole per trovare i lati e gli angoli dei cunei, che debbono costituire la fronte di un ponte in isbieco, quando si conoscano la saetta e la corda di esso, ed anco la declinazione del canale rispetto alla corda medesima, nulladimeno credo bene di non ommettere la seguente regola, mediante la quale si può dirigere lo stesso tagliapietre per conseguire facilmente i cunei stessi.

Si costituisca un parallelo *abce*, N.º I, Tavola A, le cui parti *ab*, *ce* siano perfettamente fra loro eguali, e la distanza *ac* non che l'altra analoga sia eguale al raggio dell'arco *mqn* della fronte del ponte: vi si fissi in *e* l'asta rigida *en*, la quale faccia l'angolo *nem*, ove l'*em* è prolungamento dello spigolo *ie*, eguale all'*a*, ed esista nel piano passante per la *ie* stessa perpendicolarmente al piano *ac* del medesimo parallelo: preparato ciò, supponghiamo, che si volesse tagliare il corpo per formare il cuneo corrispondente all'arco *ed*, N.º II, porzione della semicirconferenza *sdt* descritta sulla *st* eguale alla *ar*, o dalla banda opposta alla circonferenza descritta nella figura . . . .

Si farà al corpo, dal quale dovrassi trarre il cuneo, la faccia *piana*, che dovrà essere nella fronte del ponte; si oppoggierà questa faccia sul piano *edfg*: fatto ciò, si fisserà la riga *ab* del parallelo sulla *so* in modo, che il vertice del suo angolo in *b* cada precisamente sul punto o centro dell'arco -- *ed* --; e si taglierà il corpo verso o talmente che la faccia risultante, sia toccata in tutta la sua estensione dall'asta *en*, mentre il suo punto *e* percorre l'arco *ed*. Le altre due faccie del cuneo, cioè quelle insistenti obliquamente sulle rette *eg*, *df*, si conseguiranno con facilità, osservando, che debbono essere piane ambidue, e la prima individuata dalla retta *eg* e dalla posizione dell'asta *en*, quando *e* cada in *e*; e l'altra individuata dalla *df* e dalla posizione della medesima asta *en*, condotto che sia il punto *e* su *d* senza toccare la riga *ab* del parallelo. — Se il cuneo a formarsi dovesse costituire parte della fronte di una volta analoga a quella contemplata nella Osservazione Quarta, bisognerebbe fissare talmente l'asta *en* alla riga *ce* del parallelo, che eretto il parallelo medesimo in un piano verticale e disposta la sua riga *ab* inferiore parallelamente alla corda *mn* del-

l'arco della volta a formarsi, risultasse l'asta medesima *en* parallela alla direzione della volta stessa; e nel resto condursi come qui sopra si è detto pel caso ordinario.

Volta a schifo. — Questa specie di volta altrimenti detta a spiechi o a padiglione la cui base è un poligono regolare, risulta dalla combinazione di tanti pezzi di volte cilindriche costrutte sui lati opposti. Prendendo ad esempio l'ottagono regolare, figura 12, Tavola XLIII, s'immagini costituita una volta cilindrica sul lato AI e sull'opposto. Le porzioni di volta intercette dai piani verticali che passano per le estremità del lato AI ed il centro del poligono, proiettate nel triangolo AIE e nel suo opposto al vertice, sono ciascheduna l'ottava parte della volta di cui si tratta. — Le parti di volta triangolari proiettate nei triangoli AEI, che si chiamano spicchi, divise da un certo numero di rette parallele in ogni triangolo congiunte per le estremità, formano tanti poligoni simili alla base della volta, e le sezioni comprese fra due di queste linee compongono i ranghi dei cunei. Sarà sempre conveniente, qualunque sia la dimensione della volta, evitar le congiunzioni continuate, il che avverrebbe se tutti i cunei si unissero sull'asse dello spicchio o sopra uno de' suoi lati; conviene dunque alternarli fingendo le congiunzioni di uno spicchio coll'altro, colla dimostrazione dell'angolo entrante nell'intradosso e sagliente all'esterno e congiungendo i cunei alternativamente come nelle altre volte. Siccome tutti i cunei meno gli angolari sono eguali a quelli delle volte cilindriche comuni è chiaro che si saprà apparecchiare questa volta quando sappiasi preparare il cuneo angolare. Le faccie delle commessure e di fronte sono eguali a quelle dei cunei comuni: sviluppate dunque le faccie d'intradosso e d'estradosso se ne formano i modelli . . .

Volta sferica. — Un solido compreso fra due superficie sferiche concentriche e tagliato da un piano che passi pel centro somministra in ciascuna delle sue metà un modello di volta emisferica. Per dividerla in cunei divido in parti eguali una semicirconferenza interna o esterna della sua base ed in parti pure eguali o diseguali ma decrescenti verso la sommità della volta un quadrante di qualsivoglia suo circolo massimo perpendicolare alla base che nomineremo meridiano. Pei punti di queste ultime divisioni descriverò altrettanti circoli minori paralelli alla detta base, giacenti nella superficie interna o esterna cui spetta il meridiano. Immaginiamo che per ciascuna delle descritte circonferenze paralelle passi una superficie conica posta col suo vertice nel centro della volta o ne penetri la solidità. Tutte queste superficie coniche saranno perpendicolari alle due superficie sferiche interna ed esterna, e per esse verrà divisa la volta in anelli che noi chiameremo ordini o filari quando saranno divisi in cunei. Per eseguire questa seconda divisione conduco altrettanti piani meridiani quanti sono i punti dividenti la semicirconferenza della base. Ciascun filare verrà diviso in parti eguali e simili che saranno altrettanti cunei della volta. I piani meridiani e le superficie coniche oltre ad essere perpendicolari alla superficie interna ed esterna della volta sono anche normali reciprocamente fra loro. Adunque la divisione ha tutte le condizioni che dimanda la solidità, e permette di comporre le

parti dell'edificio in modo che i cunei si contengano vicendevolmente colle pressioni reciproche e si possano interrompere tutti i piani verticali nei quali cadono le congiunzioni dei fianchi. Imperciocchè si osservi che in qualunque luogo della superficie superiore in cui termina un filare, si può adattar il letto d' un cuneo qualunque del filare immediatamente superiore. Adunque potremo con un cuneo superiore coprire la commettitura verticale di due cunei inferiori, e così non solamente sarà interrotta la continuità dei piani verticali dove sono le congiunzioni de' fianchi, ma ancora i filari successivi si addenteranno vicendevolmente dovendo riuscire i cunei necessariamente disposti come suol dirsi a morse.

Volta anulare — Chiamo anulare quella specie di volta che ricopre con una sola superficie continua il vano frapposto a due pareti, elevate sopra basi curve rientranti e parallelle fra loro. Se s' immagina una retta perpendicolare alle due curve e che su essa cada un piano verticale in cui sia tracciata una curva che tocchi le curve prime, formante il sesto della volta, movendosi il piano colla retta in modo che essa si conservi sempre normale alle curve rappresentanti i muri della volta, la curvatura tracciata nel piano descriverà la superficie interna di questa specie di volta. Se s'immagina inoltre divisa la superficie anulare compresa fra le due curve rientranti, da tante rette ad essa normali, ad eguali o ineguali distanze, e s'immagini pure divisa da un numero di curve parallelle e simili alle due date, vedesi chiaramente che i cunei di questa specie di volta hanno le due teste piane ed eguali, i due fianchi a superficie curva e simile alle curve anulari e le faccie d' estradosso e d' intradosso parimenti curve della specie della curvatura della volta. Questa specie di volta era specialmente impiegata dagli antichi per le gallerie esteriori degli anfiteatri. Ma se oltre le suddette cose s' immagina che sulle due curve concentriche s' innalzino le rispettive superficie perpendicolari, sopra le quali descrivansi due eliche parallelle, e il piano generatore della volta si muova al modo già indicato su queste curve, allora si formerà la volta *elicoidica* o a chiocciola, ed è quella che si adopera per le scale dette a chiocciola o a vite. Crediamo inutile dar qui la forma dei cunei di queste due ultime specie di volta mentre chi conosce i principi è in caso di trovare da sè il modo di eseguirli e d' altronde è impossibile parlare di tutti i casi dandosi infinite combinazioni.

Chinderemo questi cenni con far osservare che dal preso in esame è lecito conchiudere non esser cosa facile il soddisfare perfettamente in pratica a tutte le condizioni necessarie perchè la composizione d' una volta in cunei di pietra si compia senza difetto. Perciò è lodevole consiglio in architettura preferir sempre le figure più semplici quando circostanze particolari non prescrivano espressamente il contrario. Questa massima che dai migliori architetti italiani è posta fra le regole concernenti alla bellezza, parmi confermata con vieppiù forti ragioni dalle leggi della meccanica e dell' economia.

NOTE

PER SERVIRE ALLA SPIEGAZIONE DI MOLTE TAVOLE APPENA MENZIONATE IN QUESTO VOLUME

TAVOLA IX.

Figura 1. *Pianta e sezione di un monumento indicato da William Gell, sotto il nome di Tesoro degli Atridi, nel suo itinerario nell' Argolide.* — Pausania fa menzione di tali costruzioni sotterranee, nel Capitolo XVII del Viaggio di Corinto. » La città di Micene, dice il Gell, che era di una estensione considerevole, » occupava tutto il pendio della collina fino al torrente. L'ingresso al tesoro, si- » tuato un po' sotto la sommità della montagna, è al fondo di un adito formato » da due muraglie lunghe 20 piedi e 6 pollici. Sopra la pietra che copre il vano » della porta si vede un' apertura triangolare, come si osserva in molti edifici » di tale città: essa era altre volte pel davanti con pietre ornate di sculture.

» La porta è alta circa 20 piedi, la sua larghezza al basso è di 10, ma » è più stretta sotto l' architrave: essa è praticata in un muro grosso 18 pie- » di. Il soffitto è formato di due pietre, una delle quali presenta un volume » considerevole; la sua lunghezza è piedi 27, la sua larghezza 16 e l' altezza 4.

» Questo passaggio sbocca in una vasta rotonda del diametro di 47 piedi » e 50 circa di elevazione, l' aspetto della quale presenta esattamente la forma » di un alveare. Questa cupola è costrutta in pietre posate in isporto una sul- » l' altra e senza tagli, essendo tagliata unicamente la parte in isporto a seconda » del profilo della curvatura e della diminuzione delle corone orizzontali.

» Le pareti dell' ingresso e quelle dell' interno sono munite di chiovi di bronzo » distribuiti a scomparti e fortemente piombati nel muro. Questi chiodi sono » composti d' un miscuglio di rame e di stagno nel rapporto di 88 a 12.

» Benchè manchi una pietra alla sommità della volta il restante non sem- » bra però in nessun pericolo di cadere. Si trovano volte costrutte allo stesso » modo nelle antiche città della Sicilia. » *(Quest' esempio è citato nelle Nozioni preliminari sull' apparecchio e sulla costruzione delle volte. Vedi pagina 97.)*

Figura 2. *Gallerie praticate nelle mura della cittadella di Tirinto.* — » Il re- » cinto della cittadella era formato da una muraglia di 25 piedi di grossezza, e » della quale esistono alcune parti ancora; se ne può facilmente conoscere l' esten- » sione dalla traccia delle fondazioni scoperte nel rimanente del contorno di essa.

» All' angolo sud-est si erano praticate nella grossezza del muro due gal- » lerie larghe 5 piedi ed alte 12, formate da tre divisioni paralelle costrutte » in pietre di considerevole grossezza. I lati di questa galleria si compongono

» di due corsie elevate verticalmente l'una sull'altra, e di altre due posate con » sporto all'interno, in modo che le pietre del rango superiore si toccano e si » appoggiano sul mezzo dello spazio, alla sommità dell'altezza. Le due ultime » corsie sono tagliate in isbieco in guisa di formare sopra le gallerie una specie » di volta triangolare i cui lati presentano un pendio di 45 gradi. L'epoca di tali » costruzioni risale a circa 1400 anni prima dell'era volgare. *(Opera precitata.)*

Figura 3. *Galleria nell' interno della gran piramide.* (Vedi sezione 3.ª, pag. 97 o 98) — » Dall' ingresso esteriore del canale orizzontale, o del ripiano che lo pre» cede, si rimonta sul prolungamento del secondo canale in una galleria lunga » piedi 124, pollici 8 e 5 linee, alta piedi 25 e larga 6 piedi, 5 pollici e 2 » linee. Da ambe le parti esistono banchette alte 1 piede 8 pollici ed una linea » per ciaschedona, e larghe 18 pollici o 6 linee. Il marciapiede fra le banchette » è largo come nelle tre altre gallerie (3 piedi e 5 pollici) ed ha la inclinazione » stessa della seconda, cioè 27 gradi. Ogni banchetta ha nella sua lunghezza 28 » fori ad eguale distanza fra loro e che hanno un piede di lunghezza, 6 pollici » di larghezza e 7 in 8 pollici di profondità.

» I muri laterali di questa galleria formati di otto corsie a immorsatura » formano una specie di volta terminata da un plafone largo come il marcia» piede fra le due banchette. Le pietre formanti tali corsie sono della stessa » specie delle due gallerie precedenti (Pietre calcaree tratte dalle cave di Ge» bel-Torrah.) ». *(Osservazioni sulle piramidi di Giseh, e sui monumenti e sulle costruzioni che le circondano, del colonnello Coutelle. Descrizione dell' Egitto.)*

Figura 4. *Ingresso della gran piramide. (Vedi la pagina 96)* — » L' in» gresso della gran piramide è situato a 44 piedi 7 pollici o 3 linee d' ele» vazione sopra la base ed al livello della corsia decimaquinta. Al di là di » quest' ingresso è un canale stretto, inclinato, che ha 3 piedi 5 pollici d' al» tezza e di larghezza. Le due prime gallerie e la galleria orizzontale hanno la » stessa dimensione; il pavimento, le pareti ed il plafone sono costrutti in larghe » pietre calcaree tratte dalle cave di Gebel-Torrah, perfettamente appianate, uni» te ed apparecchiate colla più grande accuratezza.

» Il soffitto dell' ingresso è ricoperto da *due corsie di pietra della stessa specie » posate in pendio.* La rapida inclinazione di queste gallerie e la politura perfetta» mente unita di tutte le faccie le renderebbero assai difficilmente praticabili senza » incavature rustiche fatte sul suolo, di tratto in tratto. » *(Opera precitata.)*

Figura 5. *Tomba piramidale all' Ovest della gran piramide.* — Mettiamo qui una tale figura per far conoscere una specie d' apparecchio di cui l' Egitto offre numerosi esempi, e che trovasi in molti antichi monumenti della Grecia e del- l' Italia. Esso è rimarcabile in ciò, che le commessure montanti non formano punto angoli retti coi piani delle corsie.

» Fra le ruine dell' antica Parium, ora *Kamaris*, città della Misia, si osser» vano quelle di un teatro ed una gran muraglia di questa specie di costruzione » in corsie orizzontali, formate di pietre il taglio delle quali non è rettangolare,

» e sembra esser succeduto alla costruzione poligona. Essa risale forse al tempo » della prima colonia di Parium. » (*Viaggio Pittorico della Grecia, di Choiseul-* » *Gouffier, tomo II*, *parte terza.*)

Si osserva lo stesso apparecchio nelle mura della città di Pompeia. (Vedi le Ruine di Pompeia di Mazois, parte I, Tavola XII. Le figure 6 e 7 della Tavola IX sono citate nelle note a piedi delle pagine 6 e 7 di questo volume.

TAVOLA XIV.

Figure 1 e 3. *Nuovo metodo per l'apparecchio dei massicci e rivestimenti in pietra di taglio.* — Questa disposizione per le corsie delle pietre nei massicci e rivestimenti ai quali si vuol procurare la maggior solidità possibile si trova osservata nella costruzione della principale piramide del cantone di *Dahchour*, presso l'antica Memfi.

» Ciò che distingue questa piramide da tutte le altre, dice Jomard, è lo » stato di conservazione del suo rivestimento sulla maggior parte di ciascuna » faccia; la sommità pure ha conservato la sua forma in punta acuta; la pietra » del rivestimento è liscia e ben tagliata. Il monumento presenta in profilo due » inclinazioni: la parte inferiore è fabbricata sotto un angolo più aperto e la » parte alta è meno inclinata, in modo che la piramide superiore e intera posa » sopra una piramide tronca. *Un' altra particolarità è che le corsie del rivesti-* » *mento sono non già orizzontali, ma perpendicolari all' inclinazione delle faccie.* »

TAVOLA XVIII.

Piante, sezioni e profilo della colonna Traiana. — I dettagli descrittivi di questo monumento, presentati nel primo libro di quest' opera, pagine 357 e seguenti, sono stati tolti in parte dal bel lavoro di Piranese su tale riguardo; tutte le figure di questa Tavola sono state ridotte colla più grande accuratezza secondo quelle dello stesso autore. Le linee e le lettere indicano bastantemente la relazione che hanno fra loro; è perciò che ci asterremo di entrare in veruna spiegazione.

Ai due lati della pianta del fusto della colonna, si è rappresentata la forma dei pezzi di metallo situati fra le corsie, e quella degl' incavi ne' quali sono poste. La parte inferiore di questi solidi è cubica; essa ha 3 pollici e 5 linee in tutti i sensi; il prisma rettangolare da cui è sormontata ha 3 pollici e 9 linee di altezza sopra 18 linee di base.

TAVOLA XXVIII.

Figure 1, 2 e 3. *Costruzione della sala ipostila del tempio e palazzo di Karnak.* — » Se si traversa il portico in fondo alla corte, che dà ingresso alla sala » ipostila, entrasi nel più straordinario monumento della magnificenza egizia:

» consiste in una vasta sala i cui soffitti sono sostenuti da 134 colonne di pro-
» porzioni colossali ove tutto segnala la sontuosità degli antichi re dell' Egitto.
» È in generale proprietà dei grandi monumenti il produrre vive emozioni
» nell' animo degli spettatori: una semplice descrizione metterà il lettore alla
» portata di giudicare dell' effetto che deve produrre questo vasto salone ipostilo.
» Esso è un rettangolo lungo un ½ stadio egizio (metri 50) e largo metri 100,
» cosicchè una delle sue dimensioni è esattamente doppia dell' altra. Lo spazio
» che racchiude e che è interamente coperto è più di 5,000 metri quadrati.
» Convien figurarsi che una delle più grandi chiese come nostra Signora di Pa-
» rigi vi sta entro tutta intera. Le proporzioni delle colonne impiegate nella
» sala ipostila hanno obbligato a stabilir le terrazze a diverse altezze. Si può
» considerare tal sala come divisa in tre porzioni d' eguale lunghezza ma d' in-
» eguali larghezze. La parte intermedia che contiene le più grosse colonne for-
» ma una specie di adito fra le due distribuzioni laterali. Tutte le descrizioni,
» tutti i disegni sono insufficienti per dare un' esatta idea di questa costruzione;
» perocchè sebbene se ne possano fissare le misure o paragonar le colonne che
» la decorano a quelle dei più conosciuti edifici, vi sono sempre degli effetti
» relativi alle località, o che non ritraesi nè per disegni nè pei discorsi. Con-
» viene rappresentarsi un adito formato con due ranghi di sei colonne che han-
» no ciascuna metri 3, 57 centimetri di diametro e 10 metri di circonferenza.
» Sono queste, senza contraddizione, le più grandi colonne che sieno mai state
» impiegate nell' interno degli edifici: sono eguali in grossezza alla colonna Tra-
» iana ed a quella che è stata recentemente eretta sulla piazza Vendôme alla
» gloria delle armate Francesi e del loro illustre capo; non occorrerebbero me-
» no di sei uomini per abbracciarne il perimetro. Queste colonne hanno 21 me-
» tri dal pavimento fino alla parte superiore del dado. Il solo capitello ha me-
» tri 3 ½ di altezza; il suo maggior diametro ne ha 7: il che fa un perimetro
» di 21 metri, comprendenti una superficie di 83 metri quadrati. Sui capitelli
» si elevano i dadi alti un metro e ½, che ricevono gli architravi destinati essi
» pure a portar le pietre del soffitto. Sono queste le più grandi di tutte quelle
» che abbiamo veduto in opera nelle costruzioni egizie. Infatti la larghezza del-
» l' adito fra le colonne essendo di metri 5, 50, e le pietre stendendosi dal mez-
» zo di una colonna a quello dell' altra, non hanno potuto aver meno di metri
» 9, 20 di lunghezza. Esse hanno 1 metro e 30 centimetri di spessore e una
» larghezza variabile, ma che non è giammai minore di 2 metri e 60 centimetri.
» Ciascuna di esse contiene 31 metri cubici e doveva pesare 65 mila chilo-
» grammi. In tutto il plafone ve ne erano diciassette in 18 di tali dimensioni;
» ma nessuna rimane in posto, e tutte sono cadute, sieno state rovesciate per
» progetto o siensi rotte sotto l' enorme loro peso. I pezzi di esse dispersi appiè
» delle colonne hanno nella caduta più o meno infranti i capitelli. Gli archi-
» travi sui quali erano stabilite le pietre del plafone sono ancora a sito; sono
» esse formate di due massi posati l' uno accanto all' altro sui dadi, dei quali

» occupano la larghezza; si estendono essi dal centro di una colonna a quello
» dell' altra, ed hanno metri 7, 50 di longhezza ed uno spessore di 2 metri.
» Questi due massi sono assieme 65 metri cubici e pesano 54 mila chilogrammi.

» Le colonne, che sono più di 200 metri cubici ognuna, sono costrutte
» per corsi regolari alte 1 metro e centimetri 10, composte di quattro pietre.

» Le altre due parti della sala ipostila sono formate primiaramente da sei
» ranghi di nove colonne, e da un settimo rango contiguo al grande adito, e
» che ne ha sette. Lo spazio che rimane fra l' ultima colonna all' Est ed il
» fondo della sala è occupato da muri verticali che formano i lati di una specie
» di vestibolo le cui faccia figurano pilastri. Le colonne hanno di altezza to-
» tale, comprendendovi il dado e la base, 13 metri; il loro diametro inferiore
» è di 2 metri ed 8 decimetri, il che dà ad esse una circonferenza di 8 metri
» e 40 centimetri, e sono costrutte in corsie.

» I ranghi di colonne contigue al grande adito hanno i loro capitelli sor-
» montati da dadi sui quali si eleva un architrave coronato da una cornice; ma
» siccome l' altezza che risulta dalla riunione di questi vari membri d' architet-
» tura è lungi dall' eguagliare quella degli architravi delle grandi colonne, con-
» dizione che si doveva adempiere per istabilire il plafone a livello, si è ala-
» vata sopra la cornice una specie d' Attica composta di piloni in pietra larghi
» come il diametro superiore delle colonne, e la cui altezza arriva alla parte in-
» feriore degli architravi del grande adito: questi pilastri sono anch' essi coro-
» nati di pietre che portano il plafone. L' attica è decorata all' interno ad este-
» riormente da una cornice. La specie di finestre formate dai pilastri sono riem-
» pite da pietre traforate per diminuire la troppa luce che avrebbe penetrato
» per queste aperture, lasciando un libero passo all' aria; condizione anch' essa
» indispensabile in un clima come quello d' Egitto ove la vivacità della luce
» affatica la vista e l' ardore del sole non è temperato che dai venti del Nord
» che soffiano regolarmente per i sei mesi più caldi dell' anno, ecc. » (*Descrizio-
ne generale di Tebe, di Devilliers e Jollois. — Stato attuale del palazzo di Karnak.*)

Figure 4, 5 e 6. *Pianta e sezioni sui due sensi della camera reale della gran
piramide.* — « Questa camera con tutta la parte oltre l' ingresso del vestibolo è
» costrutta in larghi massi di granito ben puliti e piani. Ecco le sue dimensioni:

Altezza	metri	5	millimetri	858
Lunghezza, lato del Nord	»	10	»	467
» lato del Sud	»	10	»	472
Larghezza, lato dell' Ovest	»	5	»	235
» lato dell' Est	»	5	»	200

» Il lato al Sud strapiomba di 18 millimetri, il che riduce la larghezza
» del plafone. La maggior dimensione di questa camera è dall' Est all' Ovest.

» Era stata osservata un' apertura all' alto della grande galleria, a sinistra
» ed in faccia, prima d' entrare nel vestibolo; ma s' ignorava ove potesse con-
» durre. Per penetrarvi bisognava dimorare come noi al piede di questi monu-

» menti, farvi portare delle brevi scale che potessero passare per le strette ri-
» volte delle gallerie ed unirle in seguito per formarne una di 8 in 9 metri.
» Prese le nostre misure per fare tale scoperta, eravamo appena entrati in un
» canale alto 731 millimetri, e largo millimetri 650, che una nube di pipistrelli
» si precipitò su noi per uscire. Fummo costretti di restare lungo tempo cori-
» cati sopra un letto di polvere e d'escrementi di tali animali ove eravamo stor-
» diti dal sibilo degli arti alati e soffocati dal puzzo acutissimo che lasciano
» nei luoghi da essi abitati. Fummo costretti di coprirci il viso per non essere
» esposti agli attacchi delle loro griffe, e di nascondere i nostri lumi, uno dei
» quali nondimeno fu tosto spento. Finalmente percorremmo salendo, uno spazio
» di metri 8, millimetri 385 ed arrivammo in un vuoto ove nessuna luce avea
» potuto penetrare dopo molti secoli.

Vuoto sopra la camera sepolcrale. — « Eravamo allora precisamente sopra
» la camera sepolcrale, ma il vuoto lungo e largo come questa camera non è
» elevato che 1 metro e 2 millimetri. Le pietre formanti il plafone come i quat-
» tro muri delle pareti in granito sono soltanto appianate senza essere pulite; e
» quello che formano il pavimento, o per conseguenza il plafone della camera
» sepolcrale, sono da questa parte rozze e d'altezza ineguale fra loro variante
» dai 54 ai 135 millimetri. Questo pavimento è tutto coperto da uno strato
» d'escrementi di pipistrelli, perfettamente unito per tutta la superficie, grosso
» 14 centimetri sulle pietre più alte, e 28 sulle più basse; in guisa che lo strato
» totale ha circa 21 centimetri su tutto il pavimento, come anche nel canale.

» Non può esistere nessuna incertezza sui motivi della costruzione di que-
» sto doppio plafone, che non è stato eseguito che per formare uno scarico si-
» mile a quello dell'ingresso della piramide, e per evitare che la camera sacra
» non fosse schiacciata dal peso superiore.

» Questa precauzione non è stata inutile affatto: molte pietre di questo se-
» condo plafone sono fesse ad una piccola distanza dalla loro portata, e i massi
» di granito che le sostengono sono infranti sui bordi dal peso delle pietre po-
» sate in pondio sull'estremità di questo plafone, e da quello della massa su-
» periore. » *(Estratto delle memorie del Colonnello Coutelle, già citato.)*

Prima di conoscere queste disposizioni interne, la cui scoperta è dovuta ai signori Lepére e Coutelle, io avea sempre pensato che i nove grandi pezzi di granito formanti il plafone della camera reale della grande piramide, avevano lo scopo di determinare all'occhio le proporzioni di questa camera assai più che quello di sostenere la massa sotto la quale è praticata.

Credo dover riferire in questo luogo l'opinione da me emessa a tale riguardo nella prima edizione di quest'opera.

» Dalla precauzione presa per la camera inferiore, si può credere che questi
» plafoni non portino punto la massa superiore che sarebbe ancora più consi-
» derevole di quella che corrisponde alla camera inferiore, ma che il di sopra
» di questo plafone sia isolato da un vuoto formato o con grandi pietre inclinate

» come la copertura della camera ioferiore, o piuttosto con una specie di pira-
» mide incavata formate con immorsature come abbiamo indicato coo linee pun-
» teggiate. (*Arte di Edificare, Tomo II, pagina* 63. *Parigi*, 1804.)

Figure 7, 8 e 9. *Pianta, soffitto e sezione del pronao del tempio di Teseo in Atene.* — » Il plafono di quest' edificio è bello e conservato benissimo; lo travi di
» marmo che vi si vedono, corrispondono colla loro direzione orizzontale, o cia-
» scun triglifo, tranne qualche picciola differenze risultante verosimilmente da
» piccioli errori nella esecuziono. Questo rapporto osservabilissimo che hanno
» coi triglifi prova che questi traggono origine dai pezzi di legno che li for-
» mano colle loro estremità: nondimeno, siccome le travi del plafooe del tempio
» di Teseo sono elevate all'altezza del mutulo, si potrebbe credere che annun-
» ciassero piuttosto l'origine di quest' ornamento, se Vitruvio non ci facesse co-
» noscere che fu imitato dallo sporto dello forze del tetto; il che sembra taoto
» più provato in quanto che la faccia di questo mutulo, sotto la quale sono le
» goccie, è inclinata al tempio di Teseo ed aoche precisamente dell' inclioazione
» dei due lati rampanti del frontone. La disposizione del plafone dei portici del
» tempio di Teseo sembrami sparger nuova luce su quella del plafone del vesti-
» bolo del tempio toscano; i pezzi di legno formanti quest' ultimo erano, se-
» coodo me, disposti come si è veduto cho erano quelli di marmo nell' altro.

» Le travi di marmo del plafono del tempio di Teseo, di cui ho parlato,
» portano tavole penetrate da quattro fori. Ciascun foro era turato pel di sopra
» del tempio con un pezzetto di marmo quadrato, da levarsi e rimettersi; questa
» disposiziono sembra singolare, ma dubito che fosse usata e stimata in Grecia.

» I pezzetti di marmo tagliati in forma di tegole cho coprivano il tempio
» di Giove in Olimpia, inventati secondo Pausania da Bises di Naxo, erano
» forse simili a quelle che si osservano nella copertura del tempio di Teseo. »
» (*Ruine dei più bei monumenti della Grecia, di D. Le Roy.*)

Figure 10, 11 e 12. *Pianta, soffitti e sezione della tomba di Milasa.* —
» Ad un quarto dalla città di Melasso è un edificio di marmo biaoco d' una
» forma o di una esecuzione interessante. Esso è un sepolcro a due piani di cui
» quello a terra, formanto una sottobase, era destinato a rinchiudere i corpi e
» le ceneri dei morti. Non vi è nessuna scala per salire nella parte superiore
» ove sembra nondimeno che i parenti del morto talvolta si radunassero. Un' aper-
» tura di circa 2 polliei di diametro cho comunica nel sottobasamento sembra
» destinata a ricevere le libazioni che essi spandevano.

» La sottobase porta otto colonne e quattro pilastri d' ordine corintio, e
» l' edificio si termina in piramide.

» Le colonne di quest' edificio sono rimarchevoli per la loro forma parti-
» colare e pei corpi retti che sembrano unire le due parti di cui sono composte.
» Io pensai dapprima che avessero potuto servire a portare una griglia o chiusura
» qualunque che chiudeva il mooumento, ma cercai invano i posti dei gargani
» che l' avrebbero sostenuta. È nondimeno impossibile di riguardare questa di-

» posizione come un semplice capriccio dell' architetto, e penderei a credere
» che abbia dato questa forma alle colonne onde aumentare la loro forza senza
» alterarne i rapporti, e per metterle in istato di sostenere la massa considere-
» vole da cui erano caricate. Non è questa la sola volta che si abbia azzardato
» questa irregolarità. Le Roy fa menzione nella sua opera d' un capitello com-
» posito trovato a Roma, e di frammenti da lui trovati nell' isola di Delo, che
» sembrano appartenere a colonne simili; io stesso ho trovato nell' Asia minore
» più tamburi di questo genere stesso, ma erane tutti di un diametro picciolissimo.

» La figura prima dà il disegno del plafone, reso dalla differenza de' suoi
» piani e dalla opposizione delle sue forme interessantissimo. Le soffitte sono
» decorate di cassettoni regolari disposti con simmetria e arricchiti d' ornati del
» miglior gusto e di una esecuzione ricercatissima. Senza dubbio ve ne erano
» pure nei triangoletti a giorno nei quattro angoli del plafone; ma non aven-
» done trovato alcun vestigio, io non ho creduto doverli porre per mia autorità. »
(*Viaggio pittorico nella Grecia di Choiseul-Gouffier, tomo I, pagina 144 e seg.*)

Figure 13, 14 e 15. *Pianta, soffitti e sezione della tribuna di Pandrosa appartenente al tempio di Minerva Poliade in Atene.* — David Le Roy non dà alcun lume sul numero e sulla disposizione dei pezzi componenti la copertura di questo prezioso monumento; Stuart e Revett non hanno riparato quest' omissione nel lavoro che hanno pubblicato dopo sulle antichità d' Atene. Il silenzio di questi autori su tale riguardo, la perfetta conservazione di tutta questa parte, e la picciolezza delle sue dimensioni potrebbero far presumere che questo plafone sia formato di un sol pezzo; nondimeno è più naturale il credere che sia diviso in più travate, le quali penetrino da una parte nel muro del tempio di Minerva, e riposino dall' altra sull' architrave che corona le 4 cariatidi della facciata.

Figure 18 e 19. *Frontespizio del tempio della Concordia a Roma.* — « L' ar-
» chitrave ed il fregio sono di una sola corsia e non fanno che una tavola
» tutta unita pel davanti sulla quale è l' inscrizione; la faccia del lato sini-
» stro è anch' essa tutta unita, l' architrave non essendo profilato che dalla
» parte destra; la cornice è di un' altra corsia posata a secco e senza malta
» sull' architrave: è da osservarsi che i letti non sono politi nè pure lisciati, ma
» picchiati assai rozzi e profondamente. Sopra la cornice vi sono archi di sca-
» rico sopra gl' intercolonnii per sostenere il peso del timpano che è di mattone. »
(*Estratto da Desgodetz, Capo IX, pagina 120.*)

Si trova la stessa disposizione in molti monumenti dell' antichità, e specialmente nel portico conosciuto a Milano sotto il nome di Bagni di Nerone presso la chiesa di S. Lorenzo. Esso è formato di sedici colonne riunite da architravi di un sol pezzo, sormontati da arcate in mattone ad uso di scarico ed occupanti lo spazio del fregio. Il mezzo di questo colonnato è aperto da un largo intercolonnio ricoperto da una curvatura in mattone pesante sugli architravi.

FINE DELLA PRIMA PARTE DEL TOMO SECONDO